



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Universitätsbibliothek Paderborn**

### **Beitrag zur Theorie und Berechnung der hydraulischen Regulatoren für Wasserkraftmaschinen**

**Schmoll von Eisenwerth, Adolph**

**Berlin, 1904**

**urn:nbn:de:hbz:466:1-44587**

==== Beitrag zur ====  
 Theorie und Berechnung der  
 hydraulischen Regulatoren für  
 Wasserkraftmaschinen. ==

Von der Grossh. Technischen Hochschule zu Darmstadt genehmigte  
 Dissertation zur Erlangung der  
 Würde eines Doktor-Ingenieurs

vorgelegt von

**Adolf Schmoll von Eisenwerth,**  
 Diplom-Ingenieur, Darmstadt.



Referent: Geh. Baurat Prof. Pfarr.

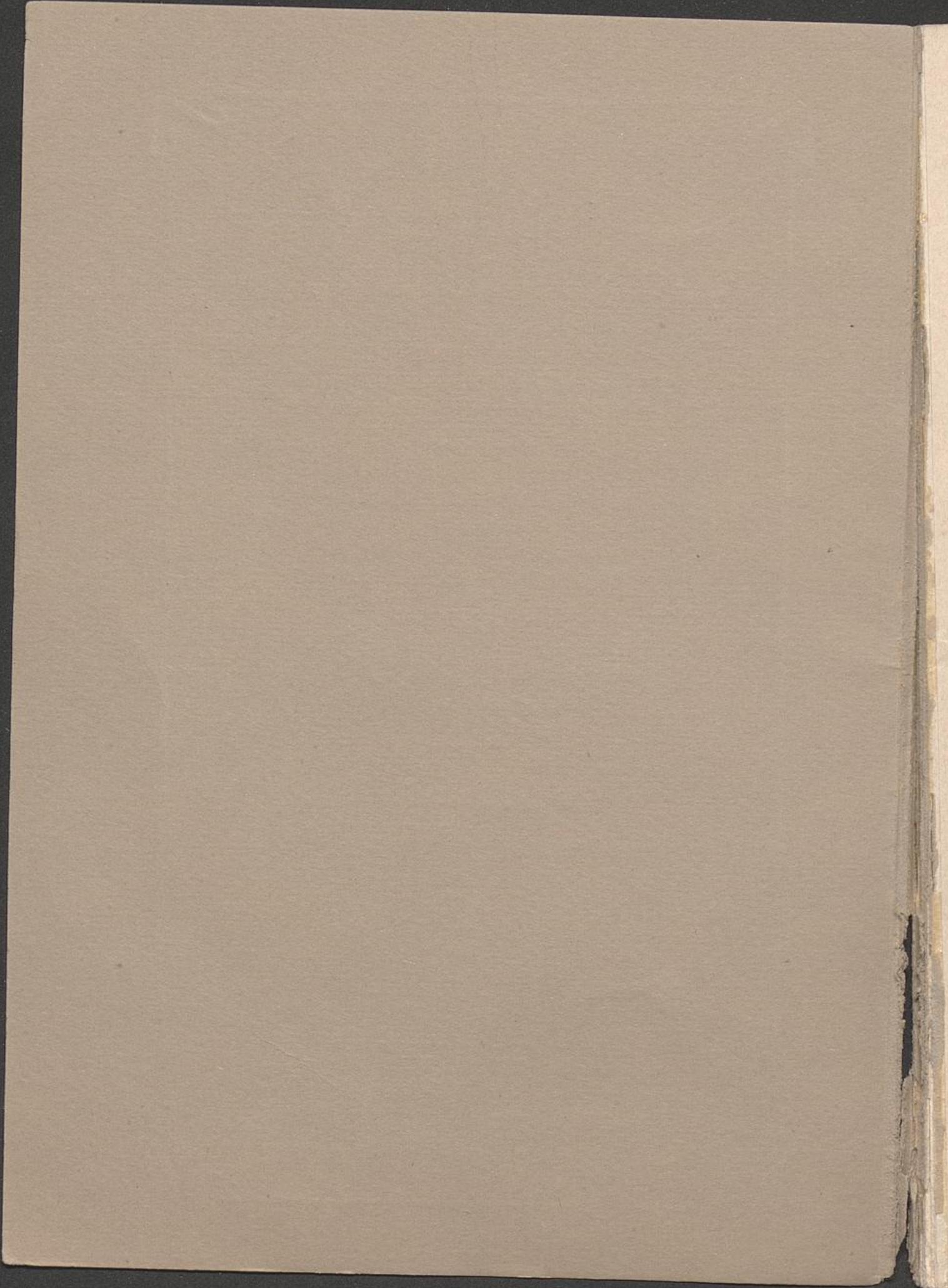
Korreferent: Geh. Hofrat Prof. Dr. Henneberg.



Berlin 1904.

Richard Dietze  
 (Verlag von Dinglers Polytechnischem Journal).

UB Stuttgart  
 Diss. 1900/934







==== Beitrag zur ====  
Theorie und Berechnung der  
hydraulischen Regulatoren für  
== Wasserkraftmaschinen. ==

Von der Grossh. Technischen Hochschule zu Darmstadt genehmigte  
Dissertation zur Erlangung der  
Würde eines Doktor-Ingenieurs \*

vorgelegt von

**Adolf Schmoll von Eisenwerth,**  
Diplom-Ingenieur, Darmstadt.



Referent: Geh. Baurat Prof. Pfarr.

Korreferent: Geh. Hofrat Prof. Dr. Henneberg.



Berlin 1904.

Richard Dietze  
(Verlag von Dingers Polytechnischem Journal).

Beitrag zur  
Theorie und Beschreibung der  
bedeutendsten Regulatorien für  
die Klassifizierung



von Dr. phil. habil. Dr. phil. h. c.  
Herrn Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c.  
Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c.  
Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c.

Herrn Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c.  
Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c.

Herrn Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c.  
Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c.

Herrn Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c.  
Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c. Dr. phil. h. c.

## EINLEITUNG.

---

Die vorliegende Arbeit ist angeregt worden durch den Aufsatz von A. Pfarr: „Der Reguliervorgang bei Turbinen mit indirekt wirkendem Regulator“ (Z. d. V. d. J. 1899). Dort wurde der Reguliervorgang unter Voraussetzung konstanter Schlusszeit entwickelt. Es wurde darauf hingewiesen, dass diese Voraussetzung nicht streng zutrifft, dass vielmehr bei mechanischen Regulatoren eine Abhängigkeit zwischen Schlusszeit und Winkelgeschwindigkeit der Turbine besteht, die aber bei den verhältnismässig kleinen Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit vernachlässigt werden darf.

Es soll nun hier untersucht werden, inwiefern Abweichungen von der Voraussetzung konstanter Schlusszeit bei *hydraulischen* Regulatoren sich geltend machen können. Die Untersuchung wird sich auf die hydraulischen Regulatoren im engeren Sinne (hydrostatische Regulatoren) erstrecken, es werden also die sog. Durchflussregulatoren nicht in den Rahmen dieser Betrachtung gezogen.

Ist die Schlusszeit nicht konstant, so wird die zeitliche Aenderung der Turbinenfüllung innerhalb eines Regulierabschnittes („Oeffnen“ oder „Schliessen“) nicht mehr durch eine Gerade, sondern durch eine Kurve, die „Füllungskurve“, veranschaulicht. Wenn diese ermittelt ist, so kann daraus bei gegebenen Schwungmassen und Arbeitsgrössen der Turbine die Aenderung der Umdrehungszahlen während dieses Regulierabschnittes abgeleitet werden. Ebenso ist für eine vorgeschriebene maximale Aenderung der Umdrehungszahlen die Berechnung der erforderlichen Schwungmassen aus der Füllungskurve möglich. Zweckmässig machen wir dabei von der

genügend genauen Voraussetzung Gebrauch, dass die Turbinendrehmomente den Füllungen proportional verlaufen und bei den verhältnismässig geringen Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit von dieser unabhängig sind. (Vergl. den oben erwähnten Aufsatz von Pfarr.) Dann kann die Füllungskurve unmittelbar als Darstellung des zeitlichen Verlaufes der Turbinendrehmomente benützt werden. Die Belastungsänderung vollziehe sich plötzlich und das widerstehende Moment der Arbeitsmaschinen und dergl. bleibe vom Augenblick der erfolgten Belastungsänderung an unveränderlich. Die graphische Dar-

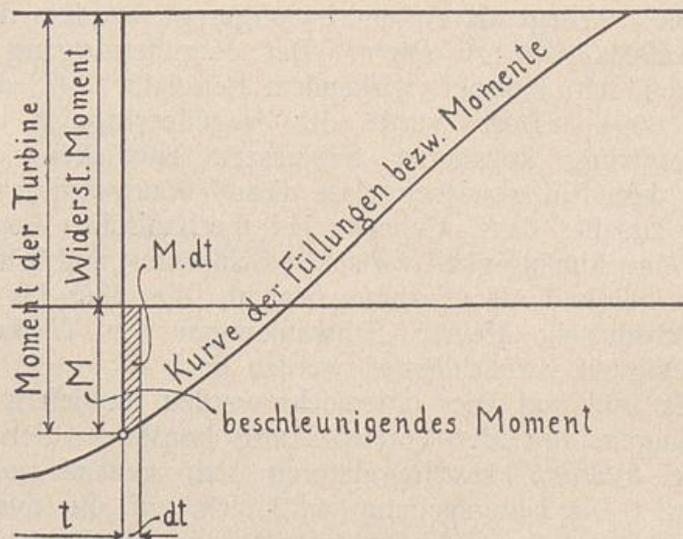


Fig. 1.

stellung des widerstehenden Momentes ist dann eine Parallele zur Zeitachse. Die beschleunigenden bzw. verzögernden Momente  $M$  werden durch die Unterschiede zwischen der Geraden des widerstehenden Momentes und der Füllungs- bzw. Momenten - Kurve dargestellt. (s. Fig. 1.)

Aus der bekannten Beziehung zwischen Winkelbeschleunigung  $\omega$ , Moment  $M$  und Trägheitsmoment der Schwungmassen  $J$ ,

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{J}; \quad \omega = \frac{1}{J} \int M \cdot dt,$$

folgt, dass der zeitliche Verlauf der Winkelgeschwindig-

keiten  $\omega$  (oder auch der diesen proportionalen Umdrehungszahlen  $n$ ) der Turbine durch die Integralkurve der zeitlich dargestellten Momente  $M$  gegeben ist. Durch graphische oder mechanische Integration der Füllungs-differenzen ist es daher auch bei verwickelter Form der Beziehung zwischen Füllung und Zeit stets möglich, die Kurve der Umdrehungszahlen und insbesondere deren Höchstwerte aus der Füllungskurve abzuleiten.

Die Füllungskurven nun ergeben sich aus den Kolbenwegdiagrammen des Servomotors, sobald der Zusammenhang zwischen den Kolbenstellungen und den Turbinenfüllungen bekannt ist.

Wir setzen vorläufig voraus, dass

1. die Turbinenfüllungen den Kolbenwegen des Servomotors proportional sind,
2. die Steuerbewegung so rasch erfolgt, dass die Steuerquerschnitte des Servomotors praktisch als plötzlich voll eröffnet angesehen werden können.

Dann können noch folgende Umstände eine veränderliche Geschwindigkeit der Füllungsänderung bedingen:

I. Die zu bewegenden Massen des Reguliergetriebes und namentlich auch die Druckflüssigkeit des Servomotors selbst müssen bei jedem Kolbenhub beschleunigt werden.

Bleiben die Verstellwiderstände des Leitapparates während des Kolbenhubes unveränderlich, so wird die Kolbenbewegung offenbar nur allmählich in eine gleichförmige übergehen können. Daher ist streng genommen eine gleichförmige Füllungsänderung nur bei unendlich kleinen Massen möglich. Je grösser diese Massen im Verhältnis zu den beschleunigenden Kräften sind, um so grösser wird die Abweichung der richtigen Füllungskurve von der „ideellen“ Füllungslinie (für massenlos gedachten Servomotor) sein.

In vielen Fällen wird freilich die Annäherung der Kolbengeschwindigkeit des Servomotors an den Beharrungszustand rasch genug erfolgen, dass von einem gewissen Punkte ab die Füllungskurve näherungsweise als geradlinig angesehen werden darf. Diese annähernd gerade Füllungslinie liegt aber zeitlich verschoben gegen den Bewegungsanfang, während die „ideelle“ Füllungslinie im Anfangspunkt der Bewegung beginnt. An sich scheint diese Verschleppung der Füllungsänderung geringfügig, da es sich meist nur um Bruchteile von

Sekunden handelt. Trotzdem kann hierdurch der Reguliervorgang wesentlich ungünstiger ausfallen, als nach der „ideellen“ Füllungsänderung zu erwarten wäre. Namentlich würde man die Wirkung einer kurzen (ideellen) Schlusszeit sehr überschätzen, wenn man den Einfluss etwa vorhandener grösserer Massen des Servomotors auf den Bewegungsvorgang ausser acht liesse.

Bei nicht zu kleinen Belastungsänderungen erhält man meist genügend genaue Werte für die grössten Schwankungen der Umdrehungszahlen, wenn man den Berechnungen die Asymptote der Füllungskurve statt dieser selbst zugrunde legt. Die zeitliche Verschiebung der Asymptote gegen den Anfangspunkt der Bewegung des Servomotors hat bei diesem Verfahren etwa die Bedeutung einer „Spielraumzeit“ (s. d. oben genannten Aufsatz von *A. Pfarr*). Zu ihrer Ermittlung ist die Kenntnis des tatsächlichen Bewegungsvorganges erforderlich, wenn man sich nicht auf ganz unsichere Schätzung einlassen will.

II. Ausser diesem Beschleunigungsvorgange treten beträchtliche Aenderungen der Treibkolbengeschwindigkeiten dann auf, wenn der Verstellungswiderstand des Leitapparates sich je nach der eingestellten Füllung ändert, wie dies z. B. bei *Fink* schen Drehschaufeln meist der Fall ist.

Die hierdurch bedingte Aenderung in der Kolbengeschwindigkeit wird sich namentlich bei grösseren Belastungsänderungen bemerklich machen, da hierbei ausgedehntere Füllungsbereiche mit grösseren Verschiedenheiten der Verstellungswiderstände durchlaufen werden. Bei grösseren Belastungsänderungen und bei stark veränderlichem Verstellungswiderstande wird man daher, auch abgesehen von dem unter I) besprochenen Beschleunigungsvorgang, keine gerade Füllungslinie voraussetzen dürfen.

Bei kleineren Füllungsänderungen und geringer Massenwirkung wird man zwar die Schlusszeit für die betreffende Aenderung als konstant ansehen dürfen, aber ihre Grösse nach der in Betracht kommenden mittleren Füllung bzw. Verstellkraft berechnen.

In den Erörterungen unter I. und II. war zunächst angenommen, dass die Turbinenfüllungen den Kolbenwegen des Servomotors proportional sind. In vielen

Fällen, auch bei zweckmässigen Reguliervorrichtungen, z. B. häufig bei *Fink* schen Drehschaukeln, ändert sich aber das Verhältnis zwischen Füllungsänderung und Kolbenweg beträchtlich. In solchen Fällen sind die Füllungskurven unter Berücksichtigung des Zusammenhanges zwischen Füllung und Kolbenstellung aus den Kolbenwegdiagrammen abzuleiten. Auch wenn das Kolbenwegdiagramm als eine gerade Linie aufgefasst werden darf (bei kleinen Massen des Servomotors usw. und bei konstantem Verstellungswiderstande) wird man bei stark sich änderndem Verhältnis zwischen Füllungsänderung und Kolbenweg keine geraden Füllungslinien den Berechnungen der Umdrehungszahlen für grössere Füllungsänderungen zugrunde legen dürfen. — Es besteht dann im allgemeinen auch nicht mehr Uebereinstimmung im Verlauf der sog. Tachometerbahn und der Füllungskurve. Die gezwungene Bewegung der Tachometerhülse wird nämlich gewöhnlich unmittelbar von der Kolbenbewegung abgeleitet, derart, dass Proportionalität zwischen Kolbenweg und Hülsenweg besteht. Sind nun die Füllungen den Kolbenwegen nicht proportional, so auch nicht die Tachometerhülsenwege den Füllungen. (Dieselbe Erscheinung tritt natürlich auch bei mechanischen Regulatoren ein, wenn die Hülsenbewegung in proportionale Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit der Turbine gebracht ist, dagegen keine Proportionalität zwischen Winkelgeschwindigkeit und Füllungsänderung besteht.) Während die Füllungskurve für die Ermittlung des zeitlichen Verlaufes der Umdrehungszahlen innerhalb eines Regulierabschnittes maassgebend ist, lässt sich mit Hilfe der Tachometerbahn der Eintritt eines neuen Abschnittes (Augenblick der Umsteuerung usw.) bestimmen.

Es war ferner unter 2., Seite 3, die Voraussetzung gemacht, dass die Steuerbewegung plötzlich erfolge. Dies trifft für die normalen Steuerungen genau genug zu, wenn grössere Belastungsänderungen in Frage stehen und wenn die Schwungmassen an der Turbinenwelle usw. nicht zu gross sind. Bei verhältnismässig langsamer Steuerbewegung beeinflusst auch der zeitliche Verlauf der Querschnittsänderung der Steuerkanäle die Bewegung des Servomotorkolbens. Die Untersuchung dieses Falles lässt sich annäherungsweise auf den Fall plötzlicher Eröffnung zurückführen, indem man die stetige

Querschnittsänderung durch stufenweise plötzliche Aenderungen ersetzt.

In jedem Falle ist die Form des Kolbenwegdiagrammes für den Verlauf des Reguliervorganges von Bedeutung. Wir stellen uns daher zunächst allgemein die Aufgabe, die Beziehung zwischen den vom Kolben des Servomotors zurückgelegten Wegen und den dazu erforderlichen Zeiten zu ermitteln.

Zu diesem Zwecke werden wir die dynamische Gleichgewichtsbedingung für die bei der Kolbenbewegung wirkenden Kräfte aufstellen. Aus dieser Bedingung wird sich infolge des Zusammenhanges der Kräfte mit den Grössen: Kolben-Weg, -Geschwindigkeit und -Beschleunigung die gesuchte Beziehung zwischen Weg und Zeit ergeben.

Während die dynamische Gleichgewichtsbedingung gleich den allgemeineren Fall der veränderlichen Verstellkräfte umfassen mag, erscheint es zweckmässig, bei der Auflösung der Bewegungsgleichung zuerst den einfacheren Fall (unveränderliche Verstellkräfte während eines Kolbenhubes) zu behandeln. An die Lösung soll eine Erörterung der Verhältnisse geknüpft werden, die das Auftreten von nachteiliger Massenwirkung bei der Kolbenbewegung bedingen bzw. verhindern. Das Verfahren zur Ermittlung der Füllungskurve mit Berücksichtigung der Massenwirkung wird an einem Zahlenbeispiel erläutert werden, ebenso die Verwendung des Resultates und seiner zweckmässigen Vereinfachung zur weiteren Untersuchung des Reguliervorganges. In ähnlicher Weise wird dann der Fall der veränderlichen Verstellkraft behandelt.

1. Teil.

*Aufstellung der dynamischen Gleichgewichtsbedingung für die Bewegung des Servomotorkolbens.*

Wir können irgend einen beliebigen Punkt des bewegten Systems (bestehend aus Betriebsflüssigkeit und Reguliergetriebe) der Betrachtung unterwerfen; die in diesem Punkte im Sinne der Bewegung wirkenden Kräfte müssen den der Bewegung entgegenwirkenden Kräften das Gleichgewicht halten.

Der Anschaulichkeit wegen betrachten wir einen Punkt unmittelbar vor der Stelle, an welcher die eigentliche Druckleitung für den Servomotor beginnt. Falls natürliches Gefälle als Betriebskraft vorausgesetzt ist, soll damit die Anschlussstelle der Druckleitung an die Wasserführung zur Turbine (Obergraben, Zuleitungsrohr) gemeint sein, falls künstlich erzeugtes Gefälle in Betracht kommt, soll die Anschlussstelle der Druckleitung an den Windkessel der Pumpe gemeint sein.

1. Unmittelbar vor der Anschlussstelle stehe ein Druck  $p_0$  in kg/qcm (Ueberdruck über die Atmosphäre) zur Ueberwindung der Bewegungswiderstände zur Verfügung.

2. Bei etwa vorhandenem Gefälle  $h$  (in Metern) zwischen Anschlussstelle und Ausmündung der Leitung wirkt in gleichem Sinne wie  $p_0$  noch der Druck

$$\therefore p_h = \frac{\gamma \cdot h}{10\,000}$$

( $\gamma$  = spez. Gewicht der Flüssigkeit in kg/cbm).

Dies gilt für doppeltwirkenden Treibkolben. Für einfach wirkenden ist  $h$  das Gefälle zwischen Anschlussstelle und Kolbenflächenmitte.

Dem Drucke  $p_0 + p_h$  entgegen wirken folgende Drucke:

3.  $p_k$  herrührend vom Verstellungswiderstande des Regulierapparates;

4.  $p_w$  herrührend vom Durchflusswiderstande der ganzen Flüssigkeitsführung von der Anschlussstelle an;

5.  $p_p$  herrührend von der Stopfbüchsen- und Kolbenreibung am Arbeitszylinder des Servomotors;

6.  $p_{mf}$  herrührend von den Massenwiderständen der Flüssigkeit;

7.  $p_{mg}$  herrührend von den Massenwiderständen der Getriebeteile.

Wir erhalten somit die *Gleichgewichtsbedingung*:

$$p_o + p_h = p_k + p_w + p_p + p_{mf} + p_{mg}.$$

Es ist nunmehr die Abhängigkeit der unter 1. bis 7. aufgeführten Drucke von den Grössen: Kolbenweg  $s$ , Kolbengeschwindigkeit  $v = \frac{ds}{dt}$  und Kolbenbeschleunigung

$i = \frac{dv}{dt}$  festzustellen.

1)  $p_o$ .

Bei künstlichem Gefälle (Pumpe in Verbindung mit Windkessel) ist  $p_o$  der Druck im Windkessel, kann also bei genügend grossem Windkessel als konstant betrachtet werden.

Bei natürlichem Gefälle können Aenderungen von  $p_o$  eintreten, auch wenn der Oberwasserspiegel dieselbe Höhenlage beibehält, sofern die Druckleitung des Servomotors von der Wasserzuführung zur Turbine abzweigt. Denn infolge von Füllungsänderungen der Turbine ändert sich die Geschwindigkeit des Wassers in der Zuführung zur Turbine und es treten dadurch auch Aenderungen des hydraulischen Druckes  $p_o$  an der Anschlussstelle der Leitung zum Regulator ein. Da jedoch bei Benutzung eines natürlichen Gefälles dieses selbst beträchtlich gross sein muss, die Geschwindigkeitshöhe in der Rohrleitung zur Turbine dagegen nur einen verhältnismässig kleinen Betrag ausmachen darf, so können die Aenderungen der Geschwindigkeitshöhe und somit auch die Aenderungen von  $p_o$  vernachlässigt werden. Aenderungen des Druckes an der Anschlussstelle infolge des Wasserverbrauches des Servomotors selbst können selbstverständlich ohne weiteres unberücksichtigt bleiben.

Wir nehmen daher  $p_o$  als *konstant* an.

2)  $p_h$ .

Bleibt der Unterwasserspiegel für die Servomotorleitung unverändert, so ist auch  $p_h$  *konstant*.

3)  $p_k$ .

Es sei  $K$  die Kraft, die an der Kolbenstange aufzuwenden ist, um eine Verstellung des Regulierorganes in einem bestimmten Sinne zu erzielen. Dann ist

$$p_k = \frac{K}{\text{Kolbenfläche } F}.$$

$K$  kann in zwei Teile zerlegt werden:

$$K = K_i + K_r.$$

$K_i$  ist an der Kolbenstange aufzuwenden, um bei reibungslos gedachtem Reguliergetriebe den Kräften das Gleichgewicht zu halten, die der Bewegung entgegen gerichtet sind (hydraulische Drücke bei Drehschaufeln, Gewichte bei Schützen usw.).

$K_r$  ist erforderlich, um die Reibung im Reguliergetriebe zu überwinden.

$K_i$  kann sowohl positiv als negativ sein. Bei Regulierung mit Zylinderschütze ist z. B. beim Heben der Schütze  $K_i$  aufzuwenden, um dem nicht ausbalancierten Teile des Schützensgewichtes das Gleichgewicht zu halten;  $K_i$  ist in diesem Falle positiv. Beim Senken der Schütze wirkt dagegen der nicht ausbalancierte Teil als treibende Kraft von der Grösse  $K_i$  im Sinne der Bewegung;  $K_i$  ist in diesem Falle negativ.

$K_r$  ist selbstverständlich immer positiv.

Die absolute Grösse von  $K$  kann somit beim Oeffnen verschieden von der beim Schliessen sein. Daher kann auch  $p_k$  beim Oeffnen und Schliessen verschiedene Werte haben, wenn nicht die wirksamen Kolbenflächen entsprechend  $K$  für Oeffnen und Schliessen verschieden gross sind. Wenn  $K_i > K_r$  ist, kann  $K$  und damit  $p_k$  negativ ausfallen. Aber auch während der Verstellung des Regulierorganes in *einem* bestimmten Sinne kann die Grösse von  $p_k$  sich ändern, z. B. bei drehbaren Leitschaufeln. Hier ändern sich die hydraulischen Drucke auf die Leitschaufelflächen je nach der eingestellten Schaufelweite. Durch geeignete Zwischenglieder mit sich ändernder Uebersetzung zwischen Leitschaufeln und Kolbenstange lässt sich allerdings die Veränderlichkeit von  $K_i$  und  $K_r$  und somit von  $p_k$  in engeren Grenzen halten. Immerhin ist die Abhängigkeit der Grösse  $p_k$  von

der jeweiligen Stellung des Regulierorganes bzw. vom Kolbenweg  $s$  zu beachten.

Diese Abhängigkeit lässt sich bei gegebenen Konstruktionsverhältnissen ohne Schwierigkeit durch eine punktweise ermittelte Kurve veranschaulichen, die beispielsweise als Abszissen die Kolbenwege  $s$ , als Ordinaten die Grösse  $p_k$  enthält. Eine allgemein gültige mathematische Form für diese Kurve  $p_k = \text{Funktion}(s)$  lässt sich natürlich nicht angeben. Jedenfalls aber können wir näherungsweise die Funktion durch einen bekannten mathematischen Ausdruck darstellen, wenn die Kurve gezeichnet vorliegt. Für den hier in Betracht kommenden Zweck wird es meist genügen, die Kurve durch eine Gerade zu ersetzen, also  $p_k$  durch eine Funktion ersten Grades von  $s$  darzustellen, etwa

$$p_k = \pm k_0 \pm k_1 s.$$

Bei höheren Ansprüchen auf Genauigkeit könnte für  $p_k$  eine Funktion höheren Grades von  $s$  angenommen werden, etwa

$$p_k = \pm k_0 \pm k_1 s \pm k_2 s^2 \pm \dots \pm k_v s^v.$$

Für die weitere Behandlung ist der Grad der Funktion beliebig, nur muss diese rational und ganz sein.

#### 4) $p_w$ .

Es sei  $w$  die gesamte Druckhöhe in  $m$  Flüssigkeitssäule, die erforderlich ist, um die Flüssigkeit bei einer bestimmten Kolbengeschwindigkeit  $v$  durch die Leitung zu führen. Dann ist der entsprechende Druck in  $\text{kg/qcm}$ :

$$p_w = \frac{w \cdot \gamma}{10\,000}.$$

$w$  setzt sich aus folgenden Teilen zusammen:

- $w_1 =$  Geschwindigkeitshöhe,
- $w_2 =$  Widerstandshöhe für Reibung in der geradlinig gedachten Leitung,
- $w_3 =$  Widerstandshöhe für Richtungsänderungen der Leitungsachse (Kniee, Krümmer usw.),
- $w_4 =$  Widerstandshöhe für Querschnittsänderungen der Leitung.

Die Widerstandshöhen  $w_1, w_2, w_3, w_4$  lassen sich als Vielfache von  $\frac{v^2}{2g}$  darstellen; es ist also

$$w_1 = \zeta_1 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

$$w_2 = \zeta_2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

$$w_3 = \zeta_3 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

$$w_4 = \zeta_4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wobei die  $\zeta$  Koeffizienten sind, die sich bei gegebenen Durchflussverhältnissen nach den bekannten Formeln der Hydraulik berechnen lassen. Aus diesen Formeln ergibt sich, dass  $\zeta_1$  konstant ist und dass auch die Koeffizienten für die Richtungs- und Querschnittsänderungen,  $\zeta_3$  und  $\zeta_4$ , als unabhängig von der Geschwindigkeit  $v$  angesehen werden dürfen; dagegen nimmt  $\zeta_2$  (Koeffizient der Reibung in der geradlinig gedachten Leitung) nach *Weisbach, Weston, Lang* u. a. mit kleiner werdender Geschwindigkeit stark zu. Die von *Darcy, Dupuit* u. a. angegebenen Koeffizienten, die diese Abhängigkeit nicht aufweisen, gelten nur innerhalb engerer Grenzen der Geschwindigkeit. Bei den hier zu untersuchenden Bewegungsercheinungen ändern sich aber die Geschwindigkeiten von Null bis zu einer maximalen Grösse und zwar treten die grössten Geschwindigkeitsänderungen offenbar bei Beginn der Bewegung auf, also bei verhältnismässig kleinen Werten der Geschwindigkeit. Da nun  $\zeta_2$  gerade bei den kleinen Geschwindigkeiten stark veränderlich ist, so werden wir zunächst auf diese Veränderlichkeit Rücksicht nehmen müssen, behalten uns aber zweckmässige Vereinfachungen an geeigneter Stelle vor. Da über andere Betriebsflüssigkeiten als Wasser keine Werte der  $\zeta_2$  bekannt sind, so ist im folgenden die für Wasser aufgestellte Form der Beziehungen zwischen  $\zeta_2$  und  $v$  benutzt. Diese Form wird voraussichtlich auch für die bei Regulatoren angewandten Öle gelten, da hierfür nur dünnflüssige Mineralöle in Frage kommen.

Nach *Lang* und *Weisbach* lässt sich  $\zeta_2$  durch folgende Formel darstellen:

$$\zeta_2 = \zeta_{2a} + \frac{\zeta_{2\beta}}{V_v},$$

wobei  $\zeta_{2a}$  und  $\zeta_{2\beta}$  von der Länge der Leitungsstrecke, den Querschnittsverhältnissen und der Beschaffenheit der Rohrwandungen abhängen.

Es ist also

$$\begin{aligned} w_2 &= \left( \zeta_{2a} + \frac{\zeta_{2\beta}}{V_v} \right) \frac{v^2}{2g} \\ &= \zeta_{2a} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{2\beta} \frac{v^{\frac{3}{2}}}{2g}. \end{aligned}$$

Somit ist

$$w = \frac{v}{2g} (\zeta_1 + \zeta_{2a} + \zeta_3 + \zeta_4) + \frac{v^{\frac{3}{2}}}{2g} \cdot \zeta_{2\beta}$$

und schliesslich

$$p_w = \frac{v^2 \gamma}{2g \cdot 10\,000} (\zeta_1 + \zeta_{2a} + \zeta_3 + \zeta_4) + \frac{v^{\frac{3}{2}} \cdot \gamma}{2g \cdot 10\,000} \cdot \zeta_{2\beta}$$

5)  $p_p$ .

Die Kolben- und Stopfbüchsenreibung hängt von den Ueberdrücken der abzudichtenden Räume ab. Im Ruhezustande wird die Anpressung der Liderungen durch die konstanten statischen Ueberdrücke bewirkt; zur Ueberwindung des hierbei auftretenden Reibungsbetrages sei ein Druck  $p_{p0}$  erforderlich. Bei der Bewegung des Kolbens werden die Drücke in den Räumen hinter dem Kolben vermindert, entsprechend den Durchflusswiderständen der Flüssigkeit in der Leitung bis zu der betreffenden Dichtungsstelle; die Drücke vor dem Kolben werden vermehrt, entsprechend dem Durchflusswiderstande von der betreffenden Stelle an bis zum Ende der Leitung. Nach 4) sind nun die Durchflusswiderstände proportional  $v^2$  und  $v^{\frac{3}{2}}$ ; mithin kommt bei der Bewegung des Kolbens zu dem (konstanten) Druck  $p_{p0}$  noch ein Betrag hinzu von der Form

$$\pm \rho_1 v^2 \pm \rho_2 v^{\frac{3}{2}}.$$

Man erhält demgemäss

$$\rho\rho = \rho\rho_0 \pm \rho_1 v^2 \pm \rho_2 v^{\frac{3}{2}}.$$

6)  $\rho_{mf}$ .

Es handelt sich hier nur um die Massenwiderstände der Flüssigkeit, die bei Aenderungen der Kolbengeschwindigkeit auftreten. (Die Massenwiderstände, die infolge des Durchganges der Flüssigkeitsmassen durch veränderliche Querschnitte bei einer bestimmten Kolbengeschwindigkeit auftreten, sind bereits unter 4) behandelt worden.)

Es sei  $f_x$  in qcm der Querschnitt eines Stückes der Leitung von der Länge  $l_x$  in m, so ist die Masse der Flüssigkeit in diesem Stücke

$$m_x = \frac{f_x \cdot l_x \cdot \gamma}{g \cdot 10000}$$

Bei einer Geschwindigkeit  $v$  des Kolbens ist die Geschwindigkeit dieser Flüssigkeitsmasse

$$v_x = v \cdot \frac{F}{f_x}$$

Aendert sich die Kolbengeschwindigkeit um einen bestimmten Betrag, so ändert sich die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsmasse in derselben Zeit um den  $\frac{F}{f_x}$  fachen Betrag, d. h. die Beschleunigung  $i_x$  der Flüssigkeitsmasse ist gleich  $\frac{F}{f_x}$  mal der Kolbenbeschleunigung

$$i = \frac{dv}{dt}, \text{ also}$$

$$i_x = \frac{F}{f_x} \cdot \frac{dv}{dt}$$

Um nur der Flüssigkeitsmasse  $m_x$  die Beschleunigung  $i_x$  zu erteilen, ist eine Kraft

$$m_x \cdot i_x = \frac{f_x l_x \cdot \gamma}{g \cdot 10000} \cdot \frac{F}{f_x} \cdot \frac{dv}{dt}$$

erforderlich.

Pro Flächeneinheit des Querschnittes  $f_x$  ist daher erforderlich der Druck:

$$\frac{f_x l_x \gamma}{g \cdot 10000} \cdot \frac{F}{f_x} \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \frac{1}{f_x} = \frac{l_x \cdot \gamma \cdot F}{g \cdot 10000 \cdot f_x} \cdot \frac{dv}{dt}$$

Die gesamte Flüssigkeitsmasse der Leitung besteht nun aus einzelnen Massenteilchen  $m_x$  mit verschiedenen grossen  $f_x$  und  $l_x$ . Zur Beschleunigung der gesamten Flüssigkeitsmasse ist daher ein Druck  $p_{mf}$  erforderlich, der gleich der Summe der einzelnen Drucke

$$\frac{l_x \cdot \gamma \cdot F}{g \cdot 10000 f_x} \cdot \frac{dv}{dt}$$

ist, also

$$p_{mf} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\gamma \cdot F}{g \cdot 10000} \cdot \sum \frac{l_x}{f_x}$$

7)  $p_{mg}$ .

Ein Massenteilchen  $m_y$  des Getriebes habe bei der Bewegung des Kolbens eine Beschleunigung  $i_y$ . Die Kraft, die erforderlich ist, um der Masse  $m_y$  die Beschleunigung  $i_y$  zu erteilen, ist  $m_y \cdot i_y$ . Liegt zwischen dem Massenteilchen und dem Kolben ein Zwischenmechanismus mit dem Uebersetzungsverhältnis  $\psi_y$ , so ist am Kolben eine  $\psi_y$ -mal so grosse Kraft aufzuwenden, also  $\psi_y \cdot m_y \cdot i_y$ . Um den gesamten Massen ihre jeweiligen Beschleunigungen zu erteilen, ist daher am Kolben aufzuwenden die Kraft

$$\sum \psi_y \cdot m_y \cdot i_y$$

Der hierzu erforderliche Druck ist somit

$$p_{mg} = \frac{\sum \psi_y \cdot m_y \cdot i_y}{F}$$

*Anmerkung.* Bei manchen Getriebeteilen, z. B. bei den drehbaren Leitschaufeln, ist  $\psi_y$  nicht konstant, sondern ändert sich mit dem Kolbenwege  $s$ . In diesem Falle kommt zu dem eben betrachteten Massenwiderstande noch ein Betrag hinzu, der von den Aenderungen der Geschwindigkeiten infolge des wechselnden Uebersetzungsverhältnisses herrührt. Ist  $v_y$  die Geschwindigkeit des Massenteilchens  $m_y$ , so ist

$$v_y = \psi_y \cdot v$$

Aendert sich nun während der Zeit  $dt$  das Uebersetzungsverhältnis um  $d\psi_y$ , so ist die dadurch hervorgerufene Geschwindigkeitsänderung des Massenteilchens gleich  $d\psi_y \cdot v$ , also die entsprechende Beschleunigung:

$$i_y = v \cdot \frac{d\psi_y}{dt} = v \cdot \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = v^2 \cdot \frac{d\psi_y}{ds}$$

Bleibt  $\psi_y$  während des Kolbenhubes konstant, so entspricht immer einer Änderung der Kolbengeschwindigkeit eine  $\psi_y$ -mal so grosse des Massenteilchens  $m_y$ , es ist also dann

$$i_y = \psi_y \cdot i = \psi_y \cdot \frac{dv}{dt};$$

mithin ist

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\sum m_y \psi_y^2}{F}.$$

Die Ausdrücke 1) bis 7) sind nun in die dynamische Gleichgewichtsbedingung (s. S. 7 u. 8) einzusetzen. Demnach ist die Gleichung zu bilden:

$$1) + 2) = \sum 3) \text{ bis } 7)$$

oder

$$1) + 2) - \sum 3) \text{ bis } 7) = 0.$$

Die zu dieser Beschleunigung von  $m_y$  erforderliche Kraft ist  $m_y \cdot v^2 \cdot \frac{d\psi_y}{ds}$ ; am Kolben ist die  $\psi_y$ -fache Kraft nötig, also  $m_y \cdot v^2 \cdot \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \psi_y$ ; der zugehörige Druck ist somit gleich

$$\frac{m_y \cdot v^2 \cdot \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \psi_y}{F},$$

und der erforderliche Druck für die Beschleunigung der Gesamtmasse:

$$\frac{v^2}{F} \cdot \sum m_y \cdot \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \psi_y.$$

Dieser Betrag kommt für die Teile mit veränderlichem  $\psi_y$  noch zu dem Betrage:

$$\frac{dv}{dt} \cdot \frac{\sum m_y \cdot \psi_y^2}{F} \text{ (s. o.)}$$

hinzu.

Bei den Massenteilen mit stark veränderlichem  $\psi_y$  ist aber bei den gebräuchlichen Konstruktionen auch der maximale Betrag von  $\psi_y$  zumeist so klein, dass der Massenwiderstand dieser Teile den übrigen Widerständen gegenüber vernachlässigt werden kann.

In dieser letzten Gruppierung stellen sich die Ausdrücke 1) bis 7) wie folgt dar:

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \begin{array}{l} 1) \rho_0 \\ 2) \rho_h \\ 3) \pm k_0 \pm k_1 s \pm k_2 s^2 \dots \pm k_v s^v \\ 4) \frac{v^2 \cdot \gamma}{2g \cdot 10000} (\zeta_1 + \zeta_{2\alpha} + \zeta_3 + \zeta_4) \\ \phantom{4)} \phantom{\frac{v^2 \cdot \gamma}{2g \cdot 10000}} + \frac{v^{\frac{3}{2}} \cdot \gamma}{2g \cdot 10000} \cdot \zeta_{2\beta} \end{array} \right. \\
 & - \left\{ \begin{array}{l} 5) \rho_{\rho_0} \pm \rho_1 \cdot v^2 \pm \rho_2 \cdot v^{\frac{3}{2}} \\ 6) \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\gamma \cdot F}{g \cdot 10000} \cdot \sum \frac{l_x}{f_x} \\ 7) \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\sum m_y \cdot \psi_y^2}{F} \end{array} \right. \\
 & = 0.
 \end{aligned}$$

Sämtliche Koeffizienten von  $s$ ,  $v$ ,  $\frac{dv}{dt}$  und von Potenzen dieser Grössen lassen sich aus den Konstruktionsverhältnissen der Turbine und des Servomotors ermitteln und sind daher als bekannt zu betrachten. Näheres über deren Ausrechnung siehe weiter unten im Abschnitte: „Zahlenbeispiel“.

Wir ordnen nun die Glieder obiger Gleichung nach Potenzen von  $\frac{dv}{dt}$ ,  $v$  und  $s$  und führen die beigefügten Abkürzungen ein:

$$\begin{aligned}
 & - \frac{dv}{dt} \left[ \frac{\gamma \cdot F}{g \cdot 10000} \sum \frac{l_x}{f_x} + \frac{\sum m_y \cdot \psi_y^2}{F} \right] && \equiv - \frac{dv}{dt} \cdot \mathfrak{M} \\
 & - v^2 \left[ \frac{\gamma}{2g \cdot 10000} (\zeta_1 + \zeta_{2\alpha} + \zeta_3 + \zeta_4) \pm \rho_1 \right] && \equiv - v^2 \cdot A \\
 & - v^{\frac{3}{2}} \left[ \frac{\gamma}{2g \cdot 10000} \cdot \zeta_{2\beta} \pm \rho_2 \right] && \equiv - v^{\frac{3}{2}} \cdot B
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 + p_0 + p_h - (\pm k_0 + p_{p_0}) & \equiv \pm C_0 \\
 \mp k_1 s & \equiv \pm C_1 s \\
 \mp k_2 s^2 & \equiv \pm C_2 s^2 \\
 \text{usw.} & \\
 \mp k_v s^v & \equiv \pm C_v s^v \\
 = 0 & \equiv 0
 \end{aligned}$$

also:

$$-\frac{dv}{dt} \mathfrak{M} - v^2 A - v^{\frac{3}{2}} B \pm C_0 \pm C_1 s \pm C_2 s^2 \dots \pm C_v s^v = 0.$$

Der Koeffizient von  $\frac{dv}{dt}$ ,  $\mathfrak{M}$ , stellt die gesamte zu beschleunigende Masse für den qcm Kolbenfläche dar. (Reduzierte Masse.) Dividieren wir durch  $\mathfrak{M}$  und setzen wir zur Abkürzung für die durch  $\mathfrak{M}$  dividierten Koeffizienten  $A, B, C_0 \dots C_v$ , die entsprechenden kleinen Buchstaben  $a, b, c_0 \dots c_v$  ein, so ergibt sich:

$$-\frac{dv}{dt} - v^2 a - v^{\frac{3}{2}} b \pm c_0 \pm c_1 s \pm c_2 s^2 \dots \pm c_v s^v = 0.$$

*Dies ist die Differentialgleichung der Kolbenbewegung des Servomotors für den allgemeinen Fall, dass der Verstellwiderstand eine Funktion ( $\nu$ -ten Grades) des Kolbenweges ist.*

Ehe wir die Lösung für diesen allgemeinen Fall geben, wollen wir zunächst den besonderen, einfacheren, betrachten, dass der Verstellwiderstand konstant ist.

*Untersuchung der Kolbenbewegung des Servomotors für konstante Verstellkraft des Leitapparates.*

In diesem Falle ist  $K$  und somit auch  $p_k$  vom Kolbenweg  $s$  unabhängig,  $p_k = \pm k_0$ .

Es fallen also in obiger Gleichung die Glieder mit  $s$  fort und wir erhalten:

$$\frac{dv}{dt} = \pm c_0 - (v^2 a + v^{\frac{3}{2}} b).$$

2/ismix

Diese Gleichung liefert die Kolbenbeschleunigung  $\frac{dv}{dt} = i$  als Funktion der Kolbengeschwindigkeit  $v$ . Es handelt sich jetzt darum, hieraus den Kolbenweg  $s$  als Funktion der Zeit  $t$  zu ermitteln. Wir geben zunächst ein graphisches Verfahren hierfür an.

Damit eine Vorwärtsbewegung des Kolbens stattfindet, muss  $c_0$  positiv sein. Die grösste Beschleunigung tritt ein bei  $v = 0$  und zwar ist

$$i_{\max} = \frac{dv}{dt}_{\max} = c_0.$$

Mit zunehmender Geschwindigkeit wird die Beschleunigung kleiner, bis schliesslich für

$$v^2 a + v^{\frac{3}{2}} b = c_0$$

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

ist.

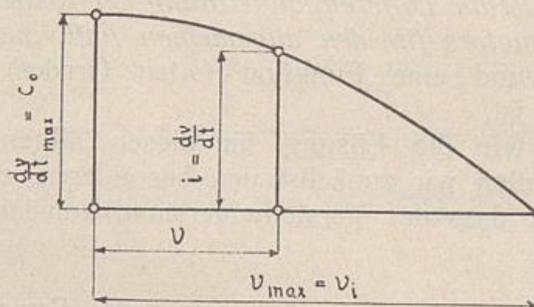


Fig. 2.

Fig. 2 veranschaulicht diese Verhältnisse. Die Abszissen  $v$  sind angenommen, die zugehörigen  $\frac{dv}{dt}$  nach obiger Gleichung berechnet und als Ordinaten aufgetragen.

Der zu  $\frac{dv}{dt} = 0$  gehörige Wert von  $v$  ist die maximale Kolbengeschwindigkeit  $v_{\max}$ .

Bei massenloser Reguliervorrichtung, also für  $\mathfrak{M} = 0$ , würde diese Geschwindigkeit sofort zu Anfang der Bewegung sich einstellen und konstant bleiben. Denn nach Gleichung S. 17 ist zunächst

$$-\frac{dv}{dt} \cdot \mathfrak{M} - v^2 A - v^{\frac{3}{2}} B + C_0 = 0.$$

Für  $\mathfrak{M} = 0$  folgt

$$v^2 A + v^{\frac{3}{2}} B = C_0.$$

Durch einen konstanten Faktor dividiert:

$$v^2 a + v^{\frac{3}{2}} b = c_0,$$

d. h.: Dieselbe Beziehung wie oben für  $v_{\max}$  gilt bei  $\mathfrak{M} = 0$  überhaupt für die Kolbengeschwindigkeit. Diese konstante Kolbengeschwindigkeit bei  $\mathfrak{M} = 0$  sei mit  $v_i$  (= ideale Kolbengeschwindigkeit) bezeichnet. Es ist dann für eine beliebige Masse  $\mathfrak{M}$

$$v_{\max} = v_i.$$

Eine Beziehung zwischen der Geschwindigkeit  $v$  und der Zeit  $t$  folgt aus

$$i = \frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{i} = \frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)} \cdot dv.$$

Tragen wir hiernach die Geschwindigkeiten  $v$  als Abszissen, die reziproken Werte der Beschleunigungen nach der Gl.

$$\frac{dv}{dt} = c_0 - (v^2 a + v^{\frac{3}{2}} b)$$

als Ordinaten auf, so stellen die Flächenelemente unter der Kurve zwischen zwei um  $dv$  entfernten Ordinaten die Zeit  $dt$  dar für die Geschwindigkeitsänderung  $dv$ . (Fig. 3.) Die Zeit  $t$ , die verstrichen ist, bis die Geschwindigkeit von Null auf  $v$  angewachsen ist, ergibt sich daher als Fläche unter der Kurve zwischen  $v = 0$  und  $v = v$ .

2\*

Um eine Darstellung des zeitlichen Verlaufes der Kolbengeschwindigkeit zu gewinnen, tragen wir die zu

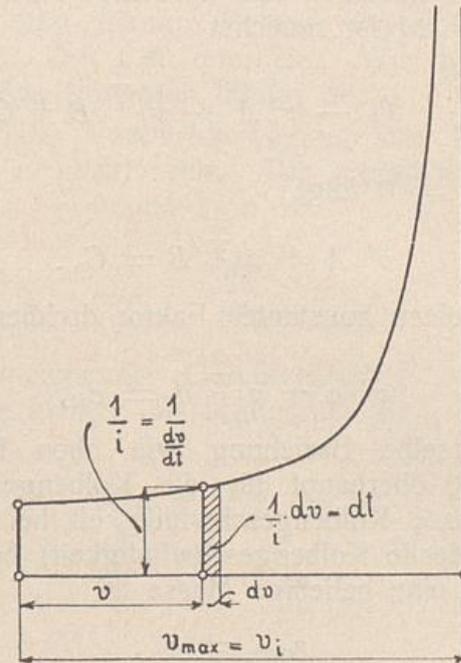


Fig. 3.

verschiedenen  $v$  ermittelten Zeiten  $t$  als Abszissen, die  $v$  selbst als Ordinaten auf. (Fig. 4). Die Kolbengeschwindigkeiten nähern sich asymptotisch der Geschwindigkeit

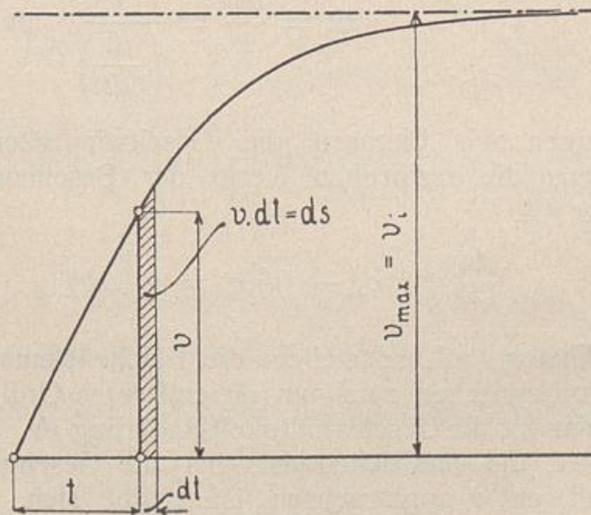


Fig. 4.

$v_{\max} = v_i$ , die aus

$$v_i^2 \cdot a + v_i^{\frac{3}{2}} \cdot b = c_0$$

folgt (s. o.).

Aus der Kurve der Kolbengeschwindigkeiten (Fig. 4) erhält man zufolge der Beziehung

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad ds = v \cdot dt$$

den in der Zeit  $dt$  zurückgelegten Weg  $ds$  als Flächenelement unter der Kurve zwischen zwei um  $dt$  entfernten Ordinaten.

Daher ergibt sich der Weg  $s$ , der vom Kolben in der Zeit vom Bewegungsanfang bis nach Ablauf von  $t$  zurückgelegt worden ist, als die Fläche unter der Kurve zwischen Bewegungsanfang und  $t$ .

Wir erhalten schliesslich das gesuchte Kolbenwegdiagramm, wenn wir als Abszissen die Zeiten  $t$  und als Ordinaten die zugehörigen Werte  $s$  auftragen. (Fig. 5.)

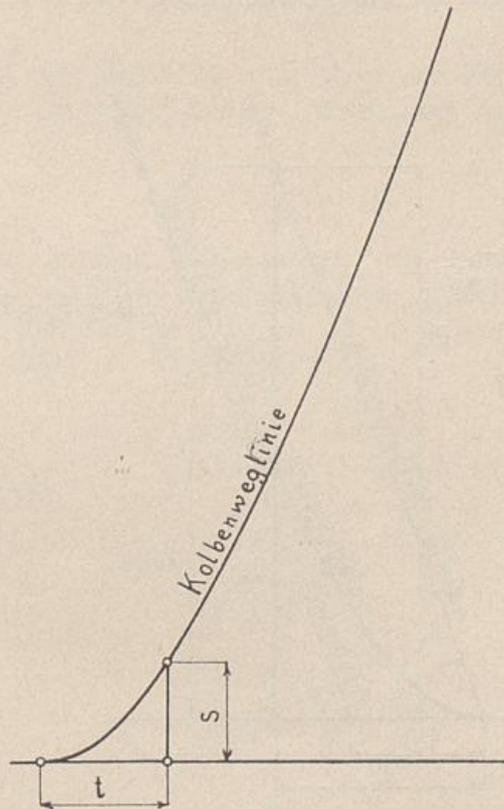


Fig. 5.

Für die Beurteilung des Reguliervorganges ist die Asymptote der Kolbenweglinie von Bedeutung. (Vergl. Einleitung S. 4). Je kleiner der Neigungswinkel der Asymptote gegen die Zeitachse ist, desto kleiner ist die höchste Kolbengeschwindigkeit (Kolbengeschwindigkeit im Beharrungszustand), desto ungünstiger arbeitet das Relais (entspricht etwa grosser Schlusszeit). Je grösser ferner bei einem bestimmten Neigungswinkel der Asymptote der Abstand  $t_s$  zwischen Anfangspunkt des Wegdiagrammes und Schnittpunkt der Asymptote mit der Zeitachse ist, desto längere Zeit verstreicht, bis die Kolbengeschwindigkeit eine bestimmte Grösse erreicht oder bis der Treibkolben eine bestimmte Verstellung bewirkt. (Grosses  $t_s$  entspricht etwa grosser Spielraumzeit.)

Es soll nun eine Konstruktion für die Asymptote des Kolbenwegdiagrammes gegeben werden:

Die Tangente des Neigungswinkels  $\varphi$  der Asymptote (Fig. 6) entspricht der Geschwindigkeit  $v_{\max}$ . Es handelt sich noch um eine Bestimmung von  $t_s$ .

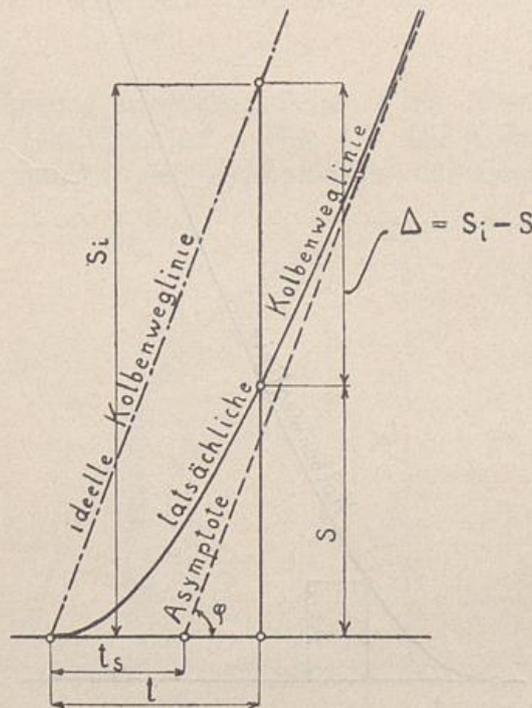


Fig. 6.

Ziehen wir durch den Anfangspunkt der Bewegung eine Gerade unter dem Winkel  $\varphi$  gegen die Zeitachse, so ist diese Gerade (parallel zur Asymptote) die „ideelle“ Kolbenweglinie, d. h. die Kolbenwege würden entsprechend dieser Geraden zunehmen, wenn keine Massen vorhanden wären. Der Unterschied zwischen dem ideellen Kolbenwege  $s_i$  und dem tatsächlichen Kolbenwege  $s$  zu einer Zeit  $t$  sei  $\Delta$ , also

$$\Delta = s_i - s.$$

Für die Zeit  $t = 0$  ist  $\Delta = 0$ , mit wachsendem  $t$  nimmt  $\Delta$  zu und erreicht für  $t = \infty$  einen Höchstwert  $\Delta_{\max}$ . Ist  $\Delta_{\max}$  bekannt, so ist auch  $t_s$  bekannt, da

$$t_s = \frac{\Delta_{\max}}{\operatorname{tang} \varphi}$$

oder

$$t_s = \frac{\Delta_{\max}}{v_{\max}} \text{ ist.}$$

Nun ist der Zuwachs von  $\Delta$  in der Zeit  $dt$  gleich der Differenz der gleichzeitigen Aenderung von  $s_i$  und  $s$ , also

$$d\Delta = ds_i - ds.$$

Da die ideellen Kolbenwege mit konstanter Geschwindigkeit  $v_i = v_{\max}$  zurückgelegt werden, so ist der Weg  $ds_i$  in der Zeit  $dt$  gleich  $v_{\max} \cdot dt$ . Ferner ist der tatsächliche Weg  $ds = v \cdot dt$ , also

$$d\Delta = (v_{\max} - v) dt.$$

Ferner ist

$$dt = \frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)} \cdot dv,$$

folglich

$$d\Delta = \frac{v_{\max} - v}{\frac{dv}{dt}} \cdot dv.$$

Aus Fig. 7 folgt:

$$\frac{v_{\max} - v}{\frac{dv}{dt}} = \cotg \delta,$$

also

$$d\Delta = \cotg \delta \cdot dv.$$

Trägt man also die zu verschiedenen  $v$  als Abszissen zugehörigen Werte  $\cotg \delta$  als Ordinaten auf, so stellt

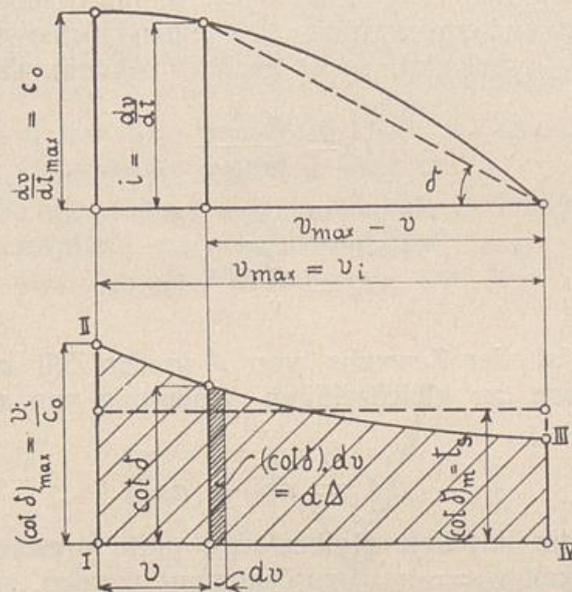


Fig. 7.

das Flächenelement unter der Kurve zwischen zwei um  $dv$  entfernten Ordinaten den Zuwachs  $d\Delta$  während der Geschwindigkeitsänderung  $dv$  dar.

Wir suchen nun den Wert von  $\Delta$  für  $v_{\max}$ ; zu diesem Zwecke haben wir die  $d\Delta$  von  $v = 0$  bis  $v = v_{\max}$  zu summieren;  $\Delta_{\max}$  ist also gleich der ganzen schraffierten Fläche  $I II III IV$ .

Es war nun

$$t_s = \frac{\Delta_{\max}}{v_{\max}},$$

also ist  $t_s$  gleich Fläche ( $I II III IV$ ):  $v_{\max}$  oder  $t_s$  gleich der mittleren Höhe der Fläche  $I II III IV$  oder gleich dem Mittelwerte der  $\cotg \delta$  von  $v = 0$  bis  $v = v_{\max}$ .

$t_s$  ist nun ein Maasstab für den schädlichen Einfluss der zu beschleunigenden Massen auf den Reguliervorgang (vergl. S. 4 und S. 22). Es soll daher untersucht werden, welche Verhältnisse zu wählen sind, damit bei Einhaltung einer bestimmten höchsten Kolbengeschwindigkeit  $t_s$  am kleinsten wird.

Nach dem oben Gesagten muss der Mittelwert der  $\cotg \delta$  von  $v = 0$  bis  $v = v_{\max}$  möglichst klein werden. Für bestimmte Grössen von  $v$  sind nun die  $\cotg \delta$  umgekehrt proportional den Beschleunigungen  $i = \frac{dv}{dt}$ , also

muss der Mittelwert der  $i$  von  $v = 0$  bis  $v = v_{\max}$  möglichst gross werden. Nun nehmen die  $i$  mit wachsendem  $v$  ab, bis auf  $i = 0$  bei  $v_{\max}$ . Daraus ergibt

sich, dass die *Anfangsbeschleunigung*  $i = \frac{dv}{dt_{\max}} = c_0$

(vergl. S. 18) *möglichst gross sein muss.*

Nach S. 17 ist nun

$$c_0 = \frac{C_0}{\mathfrak{M}} = \frac{p_0 + p_h - (p_{p_0} \pm k_0)}{\mathfrak{M}}$$

Um daher bei gegebenem  $v_{\max}$  ein möglichst kleines  $t_s$  zu erhalten, müssen wir

$$a) \quad p_0 + p_h - (p_{p_0} \pm k_0)$$

möglichst gross,

$$b) \quad \mathfrak{M} \text{ möglichst klein machen.}$$

a) Es ist  $p_0 + p_h$  gleich dem gesamten zur Verfügung stehenden statischen Druck,  $p_{p_0} \pm k_0$  gleich dem Widerstandsdruck des Regulierapparates einschliesslich der Kolben- und Stopfbüchsenreibung (für  $v = 0$ ). Man wird daher die *Betriebspressung möglichst hoch wählen* und die von der Geschwindigkeit unabhängigen Regulierwiderstände so klein wie möglich zu halten suchen.

b)  $\mathfrak{M}$  ist die gesamte wirksame Masse. Was die Getriebeteile betrifft, so ist deren wirksame Masse proportional  $\sum m_y \cdot \psi_y^2$  (vergl. S. 15). Man wird daher die Getriebeteile, die verhältnismässig grosse Wege zurücklegen (deren  $\psi_y$  gross ist), in der Masse möglichst klein zu halten suchen. Die zu beschleunigenden Flüssigkeitsmassen, die im allgemeinen weit mehr Einfluss

haben als die Massen des Getriebes, sind nach S. 14 proportional  $\sum \frac{l_x}{f_x}$ . Da die Leitungslängen  $l_x$  meist durch Konstruktionsrücksichten schon festgelegt sind, handelt es sich darum, *möglichst grosse Leitungsquerschnitte  $f_x$  zu wählen.*

Nun würden die unter a) und b) aufgestellten Bedingungen für kleines  $t_s$  (grosses  $c_0$ ) gleichzeitig eine Bedingung für  $v_{\max}$  bilden, da (nach Gleichung S. 18)  $v_{\max}$  mit  $c_0$  wächst. Soll daher eine bestimmte höchste Kolbengeschwindigkeit  $v_{\max}$  eingehalten werden, so muss eine Vergrösserung von  $c_0$  durch eine Vergrösserung der mit  $v$  verknüpften Koeffizienten ausgeglichen werden. Man wird also den Durchflusswiderstand erhöhen. Zu diesem Zwecke ist eine örtliche Verengung der Leitung (Drosselung) zu empfehlen, da hierdurch die zu beschleunigende Flüssigkeitsmasse (proportional  $\sum \frac{l_x}{f_x}$ ) nicht oder doch nur sehr wenig vergrössert wird.

Fassen wir diese Bedingungen für kleines  $t_s$  zusammen, so ergibt sich als zweckmässig: *hohe Betriebs-  
*pression, weite Leitungsquerschnitte, dabei, falls nötig,  
Regelung der höchsten Kolbengeschwindigkeit durch  
Drosselung an einer Stelle.**

Die rein analytische Behandlungsweise der Aufgabe, d. h. die Auflösung der Integrale für  $t$ ,  $s$  und  $t_s$  mit Benutzung der Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = c_0 - (a v^2 + b v^{\frac{3}{2}}),$$

ist wenig übersichtlich, da bei Auflösung der Integrale umständliche Partialbruchzerlegungen nötig sind.

Doch lässt sich eine angenäherte analytische Lösung von genügender Genauigkeit und Einfachheit auf folgendem Wege ermöglichen:

Die Beschleunigungskurve

$$\frac{dv}{dt} = \text{Funktion}(v) \quad (\text{s. o.})$$

weicht im allgemeinen nur wenig von einer Parabel ab, die mit ihr für die Werte  $v = 0$  und  $v = v_{\max}$  die be-

züglichen Ordinaten  $c_0$  und 0 gemeinsam hat. Wir dürfen daher mit genügender Annäherung setzen:

$$\frac{dv}{dt} = c_0 - a' v^2,$$

wobei  $a'$  aus der Bedingung folgt, dass für  $v = v_{\max}$   $\frac{dv}{dt} = 0$  sein muss, also

$$a' = \frac{c_0}{(v_{\max})^2}$$

oder, da

$$c_0 = (v_{\max})^2 a + (v_{\max})^{\frac{3}{2}} \cdot b,$$

$$a' = a + \frac{b}{\sqrt{v_{\max}}}.$$

Wir setzen also an Stelle von  $v^{\frac{3}{2}} \cdot b$  oder von  $\frac{v^2 \cdot b}{\sqrt{v}}$  die Grösse:  $\frac{v^2 \cdot b}{\sqrt{v_{\max}}}$ . Aus dem Zusammenhang von  $b$  mit dem Durchflusskoeffizienten  $\zeta_2$  nach S. 16 und 17 ergibt sich, dass wir jetzt an Stelle des von  $v$  abhängigen Koeffizienten  $\zeta_2$  einen konstanten Koeffizienten eingesetzt haben und zwar in der für  $v_{\max}$  geltenden Grösse.

Unter dieser Voraussetzung erhalten wir:

$$dt = \frac{dv}{\left(\frac{dv}{dt}\right)} = \frac{dv}{c_0 - a' v^2} \text{ (s. o.)},$$

$$t = \int_0^v \frac{dv}{c_0 - a' v^2} = \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \log \text{ nat} \frac{\sqrt{a' c_0} + a' v}{\sqrt{a' c_0} - a' v}$$

und hieraus als analytische Form der Kolbengeschwindigkeitskurve:

$$v = \sqrt{\frac{c_0}{a'}} \cdot \frac{e^{\frac{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}} - 1}{e^{\frac{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}} + 1},$$

wobei  $e =$  Basis der natürl. Log.

Ferner ist

$$ds = v \cdot dt = \frac{v \cdot dv}{c_0 - a' v^2}.$$

Es folgt:

$$s = \int_0^v \frac{v \cdot dv}{c_0 - a' v^2} = \frac{1}{2 a'} \cdot \ln \frac{c_0}{c_0 - a' v^2},$$

und schliesslich mit obigem Werte für  $v$ :

$$s = \frac{1}{a'} \left( \ln \frac{e^{\frac{2 \sqrt{a' c_0} \cdot t}{2}} + 1}{2} - t \sqrt{a' c_0} \right)$$

als *Gleichung der Kolbenweglinie*.

Für  $t_s$  erhalten wir nach S. 23

$$\begin{aligned} t_s &= \frac{\Delta_{\max}}{v_{\max}} = \frac{\int_{v=0}^{v=v_{\max}} d\Delta}{v_{\max}} \\ &= \frac{1}{v_{\max}} \int_0^{v_{\max}} \frac{(v_{\max} - v) dv}{\frac{dv}{dt}} \\ &= \frac{1}{v_{\max}} \int_0^{v_{\max}} \frac{v_{\max} - v}{c_0 - a' v^2} \cdot dv \\ &= \int_0^{v_{\max}} \frac{dv}{c_0 - a' v^2} - \frac{1}{v_{\max}} \int_0^{v_{\max}} \frac{v \cdot dv}{c_0 - a' v^2} \\ &= \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \ln \left| \frac{\sqrt{a' c_0} + a' v}{\sqrt{a' c_0} - a' v} \right| \Big|_{v=0}^{v=v_{\max}} \\ &\quad + \frac{1}{2 a' v_{\max}} \ln \left| \frac{c_0 - a' v^2}{c_0} \right| \Big|_{v=0}^{v=v_{\max}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \cdot \ln \left| \frac{(\sqrt{a' c_0} + a' v) (c_0 - a' v^2)}{(\sqrt{a' c_0} - a' v) c_0} \right|_{v=v_{\max}}$$

$$t_s = \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \cdot \ln \left| \frac{c_0 a' v + c_0 \sqrt{a' c_0} - a'^2 v^3 - a' v^2 \sqrt{a' c_0}}{c \sqrt{a' c_0} - c_0 a' v} \right|_{v=v_{\max}}$$

Da für  $v = v_{\max} = \sqrt{\frac{c_0}{a'}}$  der Ausdruck unter dem ln unbestimmt wird, so differenzieren wir dessen Zähler und Nenner, wodurch wir erhalten:

$$t_s = \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \ln \left| \frac{c_0 a' - 3 a'^2 v^2 - 2 a' v \sqrt{a' c_0}}{-c_0 a'} \right|_{v=v_{\max}}$$

Mit  $v = \sqrt{\frac{c_0}{a'}}$  folgt nun:

$$\begin{aligned} t_s &= \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \cdot \ln \left( -1 + \frac{3 a^2}{c_0 a'} \cdot \frac{c_0}{a'} + \frac{2 a' \sqrt{a' c_0}}{c_0 a'} \sqrt{\frac{c_0}{a'}} \right) \\ &= \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \cdot \ln (-1 + 3 + 2) = \frac{1}{2 \sqrt{a' c_0}} \ln 4 \\ &= \frac{0,693145}{\sqrt{a' c_0}} = 0,693145 \cdot \frac{v_{\max}}{c_0}. \end{aligned}$$

Aus dieser Formel für  $t_s$  ergibt sich unmittelbar, dass bei bestimmtem  $v_{\max}$   $t_s$  umgekehrt proportional  $c_0$  ist, dass daher  $c_0$ , d. h. die Anfangsbeschleunigung  $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{\max}$  möglichst gross sein soll, wie bereits oben an Hand der graphischen Lösung entwickelt wurde.

*Zahlenbeispiel.*

Die im Vorstehenden entwickelten Formeln sollen nun durch ein Zahlenbeispiel erläutert werden. Dieses soll auch dazu dienen, den Einfluss bzw. die Berechtigung der in den Entwicklungen gemachten Vereinfachungen zahlenmässig darzustellen.

Der zu untersuchende Regulator habe einen doppelwirkenden Treibkolben mit

$$\text{Durchmesser } D = 180 \text{ mm,}$$

$$\text{Nettoflächen } F \text{ je } 241,4 \text{ qcm,}$$

(die beiderseits durchgeführte Kolbenstange habe 40 mm Durchmesser),

$$\text{Kolbenhub } L = 0,3 \text{ m.}$$

Für den Regulatorbetrieb stehe ein natürliches Gefälle von netto 20 m zur Verfügung, so dass der Kolben ideell eine Kraft von

$$241,4 \cdot \frac{20}{10} = 482,8 \text{ kg}$$

ausüben könnte.

Die Rohrleitung des Regulators habe einen

$$\text{Durchmesser } d = 1\frac{1}{2}'' = 38,1 \text{ mm;}$$

also

$$\text{Querschnitt } f = 11,35 \text{ qcm.}$$

Die Länge der Rohrleitung von der Anschlussstelle bis zur Ausmündung ins Unterwasser betrage

$$l = 5 \text{ m.}$$

Eine derartige Leitungslänge ist ungünstig wegen der dadurch bedingten Grösse der Massendrücke, kann jedoch in vielen Fällen nicht vermieden werden. Wenn nämlich im natürlichen Gefälle ein verhältnismässig kleiner Betriebsdruck vorhanden ist, wird man zur Vermeidung grosser Zylinderquerschnitte des hydraulischen Servomotors möglichst wenig Gefällverluste zulassen und daher die Rohrleitung zum Zylinder an einer Stelle der Hauptleitung anschliessen, wo die Geschwindigkeit des der Turbine zufließenden Wassers klein ist; bei Spiralturbinen also vor dem Spiralgehäuse, in dem gewöhnlich schon beträchtliche Geschwindigkeiten auftreten. Gegen den Anschluss der Regulatorleitung an das Spiralgehäuse

spricht auch die Rücksicht darauf, dass bei Veränderung der Turbinenfüllung und damit der Zuflussgeschwindigkeit im Gehäuse die Druckschwankungen im Treibzylinder grösser sind, als wenn die Leitung an eine Stelle mit grösserem Querschnitte angeschlossen wäre. Diese geeignete Anschlussstelle liegt unter Umständen vom Treibzylinder ziemlich weit weg. Ferner erfordert die Anordnung von Reinigungfiltern für das Betriebswasser des Servomotors oft weitere Leitungslängen. Ausgeführte Anlagen weisen denn auch für die Leitung bis zum Zylinder allein schon beträchtliche Längen auf, z. B.:

Turbinenanlage Montbovon von *J. J. Rieter & Co.*, Winterthur,

ungefähr 3,5 m,

Turbinenanlage Jajce von *Ganz & Co.*, Budapest,

ungefähr 5,5 m,

(entnommen dem Plane der Anlage in „Schweiz. Bauzeitung“ Bd. XXXVII, No. 16 bezw. 8, Aufsatz von *Prášil*: „Die Turbinen und deren Regulatoren an der Weltausstellung in Paris 1900“).

Dabei sind noch nicht eingerechnet die Leitungslängen vom Zylinder zurück zur Steuerung und von da bis zum Unterwasser. Diese Längen kommen aber für die Beschleunigungsvorgänge auch mit in Betracht, sobald die Abflussleitung mit Wasser ausgefüllt ist. Bei kleineren Gefällen und wenn der Treibzylinder beträchtlich höher liegt als der Unterwasserspiegel wird man vielleicht auf die Saugwirkung der Abflussleitung auf den Kolben nicht verzichten, also dafür sorgen, dass diese ausgefüllt bleibt. Würde man die Auslasseite des Zylinders mit dem Turbinensaugrohr verbinden, so wären für die eigentliche Abflussleitung (mit engeren Querschnitten) nur kleine Längen nötig und daher der Beitrag des Abflusswassers zu den Beschleunigungsdrücken gering. Jedoch ist diese Anordnung nicht einwandfrei, da die Saugdrücke im Turbinensaugrohr mit den Füllungen schwanken.

Im vorliegenden Falle sei angenommen, dass die Anschlussstelle der Regulatorleitung 1,5 m, und die Zylindermitte 0,5 m über dem Unterwasser liegen. Der statische Druck an der Anschlussstelle ist dann

$$\frac{20 - 1,5}{10} = 1,85 \text{ kg/qcm.}$$

1. Der effektive (hydraulische) Druck  $p_0$  an der Anschlussstelle ist um den Betrag  $\frac{c^2}{2g \cdot 10}$  kleiner, wenn  $c$  die Geschwindigkeit in der Turbinenleitung ist. Sei  $c$  im Maximum 1 m/Sek., so ist

$$\frac{c^2}{2g \cdot 10} = \approx \frac{1}{200} = 0,005 \text{ kg/qcm,}$$

etn Betrag, der gegen 1,85 kg/qcm vernachlässigt werden

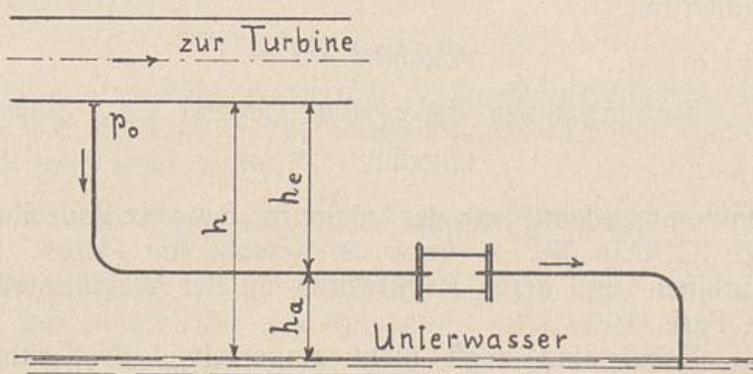


Fig. 8.

darf, so dass

$$p_0 = 1,85 \text{ kg/qcm} \dots \dots \dots 1)$$

zu setzen ist.

2. Aus der Anordnung der Leitung (Fig. 8) folgt: Druckdifferenz zwischen Anschlussstelle und Unterwasser

$$p_h = \frac{1,5}{10} = 0,15 \text{ kg/qcm} \dots \dots \dots 2)$$

3. Der Regulator soll eine Turbine mit *Fink* schen Drehschaufeln regulieren. Die Schaufeldrücke seien für die verschiedenen Schaufelstellungen ermittelt. Aus den resultierenden Drehmomenten an den Schaufeln und unter Berücksichtigung der Uebersetzungsverhältnisse im Reguliergetriebe ergäbe sich, dass für die normale Schaufelstellung (etwa Schaufel dreiviertel offen) der Treibkolben in der Schliessrichtung eine Verstellkraft

$$K_i = 75 \text{ kg}$$

(abgesehen von Reibung im Getriebe) auszuüben habe. Zur Ueberwindung der Reibung sei ausserdem noch aufzuwenden die Kraft

$$K_r = 45 \text{ kg,}$$

also insgesamt eine Verstellkraft

$$K = K_i + K_r = 75 + 45 = 120 \text{ kg.}$$

Für die Oeffnungsbewegung wirkt  $K_i$  im Sinne der Bewegung, die aufzuwendende Verstellkraft  $K_i$  ist daher negativ,

$$K_i = - 75 \text{ kg.}$$

Dagegen bleibt  $K_r$  auch hier ein Widerstand in der Bewegungsrichtung, also

$$K_r = + 45 \text{ kg,}$$

so dass für „Oeffnen“ gilt

$$K = K_i + K_r = - 75 + 45 = - 30 \text{ kg.}$$

Wir wollen zunächst voraussetzen, dass der Antrieb der Drehschaufeln derartig erfolge, dass die erforderlichen Verstellkräfte am Kolben innerhalb eines grösseren Gebietes der Schaufelstellungen in der Nähe der normalen Stellung nur wenig veränderlich seien. Es darf dann für kleinere Füllungsänderungen in diesem Gebiete für jede der Bewegungsrichtungen  $K$  als konstant betrachtet werden; also für:

$$\text{„Schliessen“ } K = \text{konst.} = 120 \text{ kg,}$$

$$\text{„Oeffnen“ } K = \text{konst.} = - 30 \text{ kg.}$$

$$\text{Daraus folgt mit } p_k = \frac{K}{F}:$$

für

$$\left. \begin{array}{l} \text{„Schliessen“ } p_k = \text{konst.} = \frac{120}{241,4} = 0,497 \text{ kg/qcm} \\ \text{„Oeffnen“ } p_k = \text{konst.} = \frac{- 30}{241,4} = - 0,124 \text{ kg/qcm} \end{array} \right\} 3)$$

#### 4. Die Durchflusswiderstände.

Für den Widerstand entsprechend der aufzuwendenden Geschwindigkeitshöhe  $w_1$  sei angenommen, dass die Abflussleitung in das Unterwasser eintauche. Es ist dann der Endquerschnitt der Leitung  $f_e$  gleich dem

Querschnitt des Untergrabens, also  $f_6$  gegen  $f$  sehr gross, so dass

$$w_1 = \approx 0$$

wird.

Für die Widerstandshöhe  $w_2$  infolge Reibung in der geradlinig gedachten Leitung werden die Koeffizienten von *Lang* angewendet.

Ist  $v_1 =$  Geschwindigkeit in der Rohrleitung vom Durchmesser  $d$ , Länge  $l$ , so ist die Widerstandshöhe der Rohrleitung:

$$w_{21} = \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{l}{d} \cdot a + \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\beta}{V v_1};$$

dabei ist

$$a = 0,02,$$

$$\beta = \frac{0,0018}{V d}$$

$$l = 5 \text{ m},$$

$$d = 0,038 \text{ m};$$

ferner

$$v_1 = \frac{v \cdot F}{f} = \frac{v \cdot 241,4}{11,35} = v \cdot 21,25;$$

also

$$\begin{aligned} w_{21} &= \frac{v^2 \cdot 21,25^2 \cdot 5 \cdot 0,02}{19,62 \cdot 0,0381} + \frac{v^{\frac{3}{2}} (21,25)^{\frac{3}{2}} \cdot 5 \cdot 0,0092}{19,62 \cdot 0,0381} \\ &= v^2 \cdot 60,3 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04. \end{aligned}$$

Die Widerstandshöhe  $w_2$  für den Zylinder ergibt sich entsprechend zu

$$w_{2z} = v^2 \cdot 0,0017 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,00036,$$

kann also gegen die der Rohrleitung vernachlässigt werden, so dass insgesamt

$$w_2 = v^2 \cdot 60,3 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04$$

gesetzt werden darf.

Was die Richtungsänderungen in der Flüssigkeitsführung betrifft, so seien ausser unbedeutlichen Biegungen der Röhren mit grösseren Krümmungsradien noch

zwei Krümmen von  $90^\circ$  und 100 mm mittlerem Krümmungsradius vorhanden. Für diese beträgt die Widerstandshöhe (nach Weisbach)

$$\begin{aligned} w_3 &= \approx \frac{2 v_1^2}{2g} \cdot 0,135 \\ &= \frac{2 v^2}{2g} \left( \frac{F}{f} \right)^2 \cdot 0,135 = \approx 6,19 v^2. \end{aligned}$$

Die übrigen Biegungen seien dadurch berücksichtigt, dass wir den Betrag von 6,19 auf 6,5  $v^2$  erhöhen.

Die Widerstandshöhen infolge Richtungsänderungen im Steuerorgane werden mit dessen übrigen Widerstandshöhen unter Anwendung eines Gesamtwiderstandskoeffizienten zusammengefasst. Dieser sei für die vorliegende Ausführung der Steuerung bekannt; er betrage für volle Oeffnung der Steuerkanäle  $\approx 2,5$ , so dass sich ergibt:

Widerstandshöhe der Steuerung

$$\begin{aligned} w_s &= 2,5 \frac{v_1^2}{2g} = 2,5 \left( \frac{F}{f} \right)^2 \frac{v^2}{2g} = \frac{2,5 \cdot 21,25^2 \cdot v^2}{2g} \\ &= 57,5 v^2. \end{aligned}$$

Die Widerstandshöhen infolge Querschnittsänderungen der Leitung sind folgende:

für Eintritt in die Leitung

$$\frac{0,5 v_1^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \cdot 0,5 \left( \frac{F}{f} \right)^2$$

für Eintritt in den Zylinder

$$\frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \left[ \left( \frac{F}{f} \right) - 1 \right]^2$$

für Austritt aus dem Zylinder

$$\frac{0,5 v_1^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \cdot 0,5 \cdot \left( \frac{F}{f} \right)^2$$

für Eintritt in das Unterwasser

$$\frac{(v_1 - 0)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \left( \frac{F}{f} \right)^2$$

$$\begin{aligned} w_4 &= \frac{v^2}{2g} \left[ \left( \frac{F}{f} \right)^2 (0,5 + 0,5 + 1) + \left( \frac{F}{f} - 1 \right)^2 \right] \\ &= \frac{v^2}{2g} [21,25^2 \cdot 2 + (21,25 - 1)^2] \\ &= v^2 \cdot 66,6. \end{aligned}$$

Die Summe der Widerstandshöhen beträgt also:

$$\begin{aligned} w &= w_1 + w_2 + w_3 + (w_s) + w_4 = 0 + v^2 \cdot 60,3 \\ &\quad + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04 + v^2 (6,5 + 57,5 + 66,6) \\ &= v^2 \cdot (60,3 + 130,6) + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04 \\ &= v^2 \cdot 190,9 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 6,04. \end{aligned}$$

Der entsprechende Druck in kg/qcm ist  $p_w = \frac{w}{10}$ ,  
also

$$p_w = v^2 \cdot 19,09 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604 \quad . . . \quad 4)$$

5. Zur Ermittlung der Reibungswiderstände der Kolben- und Stopfbüchsendichtung sei gegeben:

Breite der Kolbenliderung (Stulp)  $b_{\text{Kolben}} = 4$  cm,

Breite der Stopfbüchsenliderung (Stulp)  $b_{\text{Stopfbüchse}} = 2$  cm.

Als Reibungskoeffizient der Dichtungen sei  $\mu = 0,1$  angenommen.

Die Reibung der Dichtungen für den Fall, dass der Ueberdruck  $p$  zwischen den abzudichtenden Räumen gleich Null ist, sei zu vernachlässigen. Dann ist die Reibungskraft

$$R = \pi \cdot D \cdot b \cdot \mu \cdot p,$$

wobei  $D =$  Durchmesser des Kolbens bzw. der Kolbenstange in cm.

Der Ueberdruck  $p$  zwischen den Zylinderseiten ist die Differenz aus dem Druck  $p_e$  der Einlassseite und  $p_a$  der Auslassseite.

$p_e$  ist nun gleich dem statischen Drucke in der Zylindermitte,  $p_o + \frac{h_e}{10}$ , vermindert um den Durchflusswiderstand  $p_{we}$  in kg/qcm der Leitung auf der Einlassseite bis zum Kolben, also

$$p_e = p_o + \frac{h_e}{10} - p_{we}.$$

$p_a$  ist gleich dem statischen Drucke auf der Auslassseite des Kolbens,  $\frac{h_a}{10}$ , vermehrt um den Durch-

flusswiderstand der Leitung von der Auslassseite des Kolbens bis zum Unterwasser, der mit  $p_{wa}$  bezeichnet werde, also

$$p_a = \frac{h_a}{10} + p_{wa}.$$

Folglich Ueberdruck

$$\begin{aligned} p &= p_o + \frac{h_o}{10} - p_{we} + \frac{h_a}{10} - p_{wa} \\ &= p_o + \frac{h_o + h_a}{10} - (p_{we} + p_{wa}) \\ &= p_o + \frac{h}{10} - p_w = p_o + p_h - p_w \\ &= 1,85 + 0,15 - (v^2 \cdot 19,09 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604) \\ &= 2 - v^2 \cdot 19,09 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604 \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} R_{\text{Kolben}} &= \pi \cdot 18 \cdot 4 \cdot 0,1 (2 - v^2 \cdot 19,09 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,604) \\ &= 45,2 - v^2 \cdot 431 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 13,6. \end{aligned}$$

In entsprechender Weise erhält man für die Reibung der Stopfbüchsen:

$$R_{\text{Stopfbüchsen}} = 4,77 - v^2 \cdot 15,95 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,505.$$

Also gesamte Reibung:

$$R = 49,97 - v^2 \cdot 446,95 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 14,105.$$

Daraus ergibt sich ein Druck

$$\begin{aligned} p_p = \frac{R}{F} = \frac{R}{241,4} &= 0,207 - v^2 \cdot 1,84 \\ &\quad - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,059 \quad \dots \quad 5) \end{aligned}$$

6. Die zu beschleunigende Flüssigkeitsmasse ist

$$\begin{aligned} m_f &= \frac{\gamma \cdot F}{g \cdot 10000} \cdot \sum \frac{l_x}{f_x} \\ &= \frac{241,4}{9,81 \cdot 10} \cdot \sum \frac{l_x}{f_x} = 2,46 \cdot \sum \frac{l_x}{f_x}. \end{aligned}$$

Für die Rohrleitung ist

$$\frac{l_x}{f_x} = \frac{5}{11,35} = 0,44,$$

für den Zylinder:

$$\frac{l_x}{f_x} = \frac{0,3}{241,4} = 0,00124,$$

also

$$m_f = 2,46 \sum \frac{l_x}{f_x} = 2,46 (0,44 + 0,00124) = 1,085$$

und

$$p_{mf} = \frac{dv}{dt} \cdot 1,085 \quad . . . . . 6)$$

7. Das Reguliergetriebe sei nach dem Schema Fig. 9 konstruiert. Es besteht demnach im wesent-

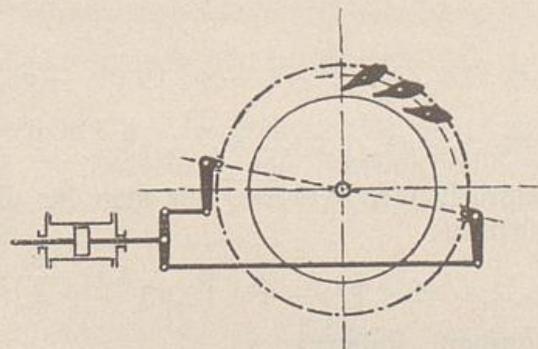


Fig. 9.

lichen aus: Kolben mit Kolbenstange, Ausgleichhebel, zwei Schubstangen, zwei Regulierkurbeln, Regulierring und (zwanzig) drehbaren Leitschaufeln.

Die Uebersetzungsverhältnisse vom Kolben bis zu den Leitschaufeln seien durch folgende Maasse festgelegt:

grosser Hebelarm der Regulierkurbel: 300 mm,

kleiner Hebelarm der Regulierkurbel: 50 mm.

mittlerer Durchmesser des Regulierringes: 1500 mm.

a) Bei den Getriebeteilen vom Kolben bis einschliesslich Regulierring bleiben die Uebersetzungsverhältnisse  $\psi_y$  der einzelnen Massenpunkte annähernd konstant, unabhängig von den Kolbenstellungen. Wir haben

daher zur Bestimmung des Massendruckes  $p_{mg}$  dieser Teile die Formel anzuwenden:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \sum \frac{\psi_y^2 \cdot m_y}{F} \quad (\text{vgl. S. 15.})$$

Für den Kolben mit Stange, Ausgleichhebel und die Schubstangen ist  $\psi_y$  aller Massenpunkte gleich 1, wir erhalten also für diese Teile:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \sum \frac{m_y}{F} = \frac{\text{Masse}}{F} \cdot \frac{dv}{dt}$$

Es seien die Massen

$$\text{des Kolbens mit Stange} = \frac{30 \text{ kg}}{g},$$

$$\text{des Ausgleichhebels} = \frac{10 \text{ kg}}{g},$$

$$\text{der Schubstangen zusammen} = \frac{15 \text{ kg}}{g},$$

also

$$\text{a) } p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{30 + 10 + 15}{9,81 \cdot 241,4} = 0,02325 \cdot \frac{dv}{dt}$$

Die übrigen Getriebeteile (Regulierkurbeln, Regulier- ring und Leitschaukeln) tragen infolge ihrer verhältnis- mässig langsamen Bewegung nur wenig zur Massenwir- kung bei. Eine genaue Berechnung für diese Teile ist daher bei praktischen Untersuchungen im allgemeinen kaum nötig, zumal da ein absolut genaues Endergebnis der ganzen Rechnung doch nicht erwartet werden kann wegen der Unsicherheit der Koeffizienten für die Reibungs- und Durchflusswiderstände. Um jedoch zahlenmässig den geringen Einfluss dieser Getriebemassen nachweisen zu können, sei auch hierfür die Rechnung angedeutet.

b) Bei den Regulierkurbeln und dem Regulier- ring haben alle in gleichem Abstände von den Drehachsen dieser Teile liegenden Punkte gleiches, annähernd kon- stantes Uebersetzungsverhältnis  $\psi_y$ . Die  $\psi_y$  der Punkte auf Kreisen von verschiedenen Radien sind proportional den Radien. Ist  $\psi_1$  das Uebersetzungsverhältnis für Punkte auf dem Kreise vom Radius 1 cm, so ist  $\psi_y = r_y \cdot \psi_1$ , wobei  $r_y$  der Radius in cm für den Massen-

punkt  $m_y$  ist. Wir erhalten demnach für diese Getriebe-  
teile:

$$\begin{aligned} p_{\text{mg}} &= \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\sum r_y^2 \cdot \psi_1^2 \cdot m_y}{F} \\ &= \frac{dv}{dt} \frac{\psi_1^2}{F} \cdot \sum r_y^2 \cdot m_y. \end{aligned}$$

Das Massenelement  $m_y$  ist nun gleich

$$\frac{z_y \Delta f_y \cdot \gamma}{g \cdot 1\,000\,000},$$

wenn  $z_y$  die Ausdehnung des Massenelementes in Rich-  
tung parallel zur Drehachse in cm und  $\Delta f_y$  seine Grund-  
fläche (senkrecht zur Drehachse) in qcm ist. Also

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = \frac{\gamma}{g \cdot 1\,000\,000} \cdot \sum r_y^2 \cdot z_y \cdot \Delta f_y.$$

Für Teile mit konstantem  $z_y = z$  (zylindrischer  
Körper mit parallelen Endflächen senkrecht zur Dreh-  
achse) ist

$$\begin{aligned} \sum r_y^2 \cdot m_y &= \frac{\gamma \cdot z}{g \cdot 1\,000\,000} \sum r_y^2 \cdot \Delta f_y = \\ &= \frac{\gamma \cdot z \cdot J_p}{g \cdot 1\,000\,000}, \end{aligned}$$

wobei  $J_p$  das polare Trägheitsmoment der Grundfläche in  
 $\text{cm}^4$  bezogen auf die Drehachse bedeutet.

So ist für den Regulerring mit  $D_a = 156$  cm,  
 $D_i = 144$  cm und einer Stärke  $z = 3$  cm:

$$J_p = \frac{\pi}{32} (D_a^4 - D_i^4) = \approx 16\,400\,000,$$

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = \frac{7\,200 \cdot 3 \cdot 16\,400\,000}{9,81 \cdot 1\,000\,000} = \approx 36\,200.$$

Mit

$$\psi_1 = \frac{5}{30 \left( \frac{150}{2} \right)} = 0,00222$$

erhält man

$$\begin{aligned} p_{\text{mg (Ring)}} &= \frac{dv}{dt} \cdot \frac{0,00222^2}{241,4} \cdot 36\,200 \\ &= \frac{dv}{dt} \cdot 0,000\,736. \end{aligned}$$

Für die beiden Regulierkurbeln ist auf ähnliche Weise gefunden;

$$\Sigma r_y^2 \cdot m_y = 810.$$

Also ist mit

$$\psi_1 = \frac{1}{30}$$

$$p_{\text{mg (Kurbeln)}} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{1}{30^2} \cdot \frac{810}{241,4} = \frac{dv}{dt} \cdot 0,00372.$$

Für die Teile b) ist daher

$$p_{\text{mg (b)}} = \frac{dv}{dt} (0,00372 + 0,000736) = \frac{dv}{dt} \cdot 0,004456.$$

Für die Teile bis zu den Leitschaufeln ist

$$\begin{aligned} p_{\text{mg (a + b)}} &= \frac{dv}{dt} (0,02325 + 0,004456) \\ &= \frac{dv}{dt} \cdot 0,027706. \end{aligned}$$

c) Bei den Leitschaufeln ist gleichfalls  $\psi_y = \psi_1 r_y$  zu setzen, jedoch kann sich hier  $\psi_1$  je nach den Schaufelstellungen bzw. Kolbenstellungen wesentlich ändern, besonders dann, wenn die Bewegungsübertragung vom Ring aus mittels kurzer Lenkstangen geschieht (z. B. nach System *Voith*).

Die Abhängigkeit des Uebersetzungsverhältnisses  $\psi_1$  der Leitschaufeln von den Kolbenstellungen ist für den vorliegenden Fall in Fig. 10 oben dargestellt. Als Abszissen sind die Kolbenwege, als Ordinaten die  $\psi_1$  aufgetragen.

Maasstab der Abszissen: 1 cm = 0,1 m Kolbenweg.\*)

Maasstab der Ordinaten: 1 cm = 0,01.

$\psi_1$  ist danach für

$$\text{„auf“} = 0,045$$

$$\text{„zu“} = 0,015.$$

Es soll hier untersucht werden, inwieweit dieser

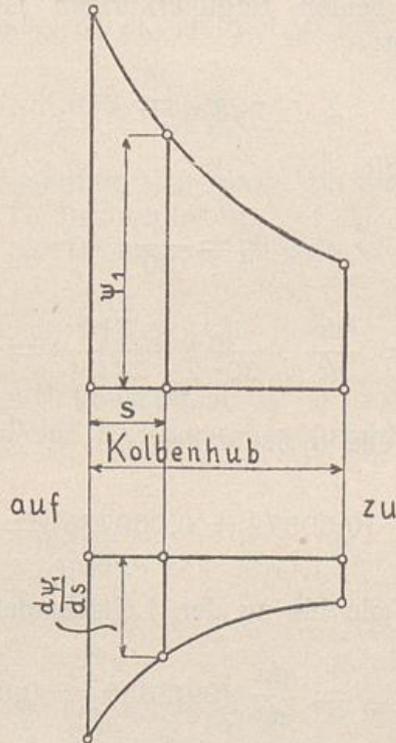


Fig. 10.

Veränderlichkeit Rechnung zu tragen ist. Wir wenden nach Anmerkung S. 15 die Formel an:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \frac{\sum m_y \cdot \psi_y^2}{F} + \frac{v^2}{F} \cdot \sum m_y \frac{d\psi_y}{ds} \cdot \psi_y.$$

Mit

$$\psi_y = \psi_1 \cdot r_y$$

und

\*) Die hier und im folgenden angegebenen Maasstäbe beziehen sich auf die Originalfiguren. Die Textfiguren sind um 10 v. H. kleiner wiedergegeben.

$$\frac{d\psi_y}{ds} = r_y \cdot \frac{d\psi_1}{ds}$$

erhält man:

$$p_{mg} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{\psi_1^2}{F} \sum r_y^2 \cdot m_y + \frac{v^2}{F} \cdot \psi_1 \frac{d\psi_1}{ds} \sum r_y^2 \cdot m_y.$$

Die Leitschaufeln haben eine Grundfläche, wie die Fig. 11 im Maasstab 1 : 5 zeigt. Aus dieser berechnet sich für eine Schaufel ein polares Trägheitsmoment

$$J_p = 2240 \text{ cm}^4.$$

Die Schaufelbreite sei  $z = 10 \text{ cm}$ , es ist daher für 20 Schaufeln:

$$\sum r_y^2 \cdot m_y = \frac{20 \cdot 7200 \cdot 10 \cdot 2240}{9,81 \cdot 1\,000\,000} = 330.$$

Das erste Glied für  $p_{mg}$  wird am grössten bei

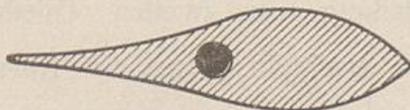


Fig. 11.

offenen Schaufeln, da dann nach Fig. 10  $\psi_1$  am grössten ist, und zwar wird es gleich

$$\frac{dv}{dt} \cdot \frac{0,045^2}{241,4} \cdot 330 = \frac{dv}{dt} \cdot 0,00275;$$

dagegen wird dieses Glied am kleinsten bei geschlossenen Schaufeln mit  $\psi_1 = 0,015$  und zwar gleich

$$\frac{dv}{dt} \cdot 0,000308.$$

Es war nun für die Getriebeteile bis zu den Schaufeln:

$$p_{mg(a+b)} = \frac{dv}{dt} \cdot 0,027706,$$

für die Flüssigkeit:

$$p_{mf} = \frac{dv}{dt} \cdot 1,085,$$

also beträgt der Koeffizient von  $\frac{dv}{dt}$  im Höchstwert:

$$0,027706 + 1,085 + 0,00275 = \approx 1,11546,$$

im Mindestwert:

$$0,027706 + 1,085 + 0,000308 = \approx 1,11301.$$

Die Aenderung des Koeffizienten von  $\frac{dv}{dt}$  beträgt also nur

$$1,11546 - 1,11301 = 0,00245 \text{ d. h. } \approx 0,22 \text{ v. H.}$$

Legen wir daher einen mittleren Wert  $\psi_1^2$  der Leit-schaukeln für die Berechnung von  $\rho_{mg}$  zu grunde, so wird der Fehler auf den Koeffizienten von  $\frac{dv}{dt}$  keinen nennens-werten Einfluss haben. Wir setzen daher für die Leit-schaukeln als erstes Glied von  $\rho_{mg}$ :

$$\approx 0,0015 \frac{dv}{dt}.$$

Zur Beurteilung des zweiten Gliedes von  $\rho_{mg}$  ist noch  $\frac{d\psi_1}{ds}$  zu ermitteln. Aus der Kurve für  $\psi_1$  als Funktion von  $s$  (Fig. 10 oben) lässt sich leicht graphisch die Kurve (Fig. 10 unten) für  $\frac{d\psi_1}{ds}$  als Funktion von  $s$  ab-leiten.

$$\text{Maasstab für } \frac{d\psi_1}{ds} \text{ (Ordinaten) : } 1 \text{ cm} = 01.$$

Man erkennt, dass der absolute Wert von  $\psi_1 \frac{d\psi_1}{ds}$  im vorliegenden Falle am grössten wird für „auf“, da in dieser Stellung sowohl  $\psi_1$  als auch  $\frac{d\psi_1}{ds}$  absolut am grös-s-ten ist.

Es ergibt sich hierfür:

$$\psi_1 \cdot \frac{d\psi_1}{ds} = 0,045 \cdot (-0,217) = -0,00977.$$

Also wird das zweite Glied von  $\rho_{mg}$  im Höchstwert:

$$-v^2 \cdot \frac{0,00977 \cdot 330}{241,4} = -v^2 \cdot 0,01335.$$



für Oeffnen:

$$-\frac{dv}{dt} = v^2 \cdot 15,5 - v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489 + 1,72 = 0.$$

$\parallel$                        $\parallel$                        $\parallel$   
 $a$                        $b$                        $c_0$

Wir betrachten zunächst den Bewegungsvorgang beim Schliessen.

Nach S. 18 zeichnen wir die Kurve der  $\frac{dv}{dt}$  als Funktion von  $v$ . Die  $\frac{dv}{dt}$  folgen aus:

$$\frac{dv}{dt} = 1,16 - (v^2 \cdot 15,5 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489)$$

$\parallel$                        $\parallel$                        $\parallel$   
 $c_0$                        $a$                        $b$

unter Annahme der  $v$ . Es ergibt sich z. B. für

$v$ (in m/sek.)	$v^2 \cdot 15,5 + v^{\frac{3}{2}} \cdot 0,489$	$\frac{dv}{dt}$ (in m/sek. <sup>2</sup> )
0,0	0,000	1,160
0,1	0,155 + 0,015 = 0,170	0,990
0,2	0,620 + 0,044 = 0,664	0,496
0,266	1,095 + 0,067 = 1,162	≈ 0

Graphische Darstellung Fig. 2:

Maasstab für  $v$  : 1 cm = 0,05 m/sek.,

Maasstab für  $\frac{dv}{dt}$  : 1 cm = 0,5 m/sek.<sup>2</sup>.

Die grösste erreichbare Kolbengeschwindigkeit beim Schliessen ist also

$$v_{\max} = v_i = \approx 0,266 \text{ m/sek.}$$

Diese würde bei masslosem Relais sofort eintreten, es wäre daher die ideelle Schlusszeit bei einem Kolbenhub von 0,30 m:

$$S_i = \frac{0,3}{0,266} = 1,13 \text{ sek.}$$

Zur Bestimmung des zeitlichen Verlaufes der tatsächlichen Kolbengeschwindigkeiten zeichnen wir die

Kurve der reziproken Werte von  $\frac{dv}{dt}$  als Funktion von  $s$ .  
So sind in Fig. 3 (S. 20) aufgetragen zu den

Abszissen $\nu$	die Ordinaten $\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$
0	0,863
0,1	1,012
0,2	2,018
(0,266	$\infty \infty$ )

Maasstab für  $\nu$  : 1 cm = 0,05 m/sek.;

Maasstab für  $\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$  : 1 cm = 1 : m/sek.<sup>2</sup>

Die Fläche unter dieser Kurve von der Abszisse  $\nu = 0$  bis zur Abszisse  $\nu = \nu$  stellt die Zeit  $t$  dar bis zur Erreichung der Geschwindigkeit  $\nu$ . Es ist nach Fig. 3 von  $\nu = 0$  bis  $\nu = 0,1$  m/sek. die Fläche  $\sim 1,8$  qcm.

1 qcm stellt dar:

$$0,05 \text{ m/sek.} \cdot \frac{1}{(\text{m/sek.}^2)} = 0,05 \text{ sek.}$$

Also ist nach  $0,05 \cdot 1,8 \text{ sek.} = 0,09 \text{ sek.}$  die Kolbengeschwindigkeit  $\nu \sim 0,1$  m/sek.

Die Fig. 4 zeigt die graphische Darstellung der zusammengehörigen Werte  $\nu$  und  $t$ ; dabei sind die  $t$  als Abszissen, die  $\nu$  als Ordinaten aufgetragen.

Maasstab für  $t$  : 1 cm = 0,1 sek.;

Maasstab für  $\nu$  : 1 cm = 0,05 m/sek.

Es ist aus der Figur ersichtlich, dass die Kolbengeschwindigkeiten anfangs sehr rasch wachsen (nach einer halben Sekunde vom Beginn der Bewegung an ist die Geschwindigkeit bereits  $\sim 0,258$  m/sek.), um dann allmählich sich der höchsten Geschwindigkeit  $\nu_{\max} = 0,266$  m/sek. zu nähern.

Die Fläche unter der Geschwindigkeitskurve Fig. 4 von der Abszisse  $t = 0$  bis  $t = t$  stellt den in der Zeit  $t$  vom Kolben zurückgelegten Weg  $s$  dar; und zwar ent-

spricht einer Fläche von 1 qcm ein Weg von 0,1 sek.  $\times 0,05$  m/sek. = 0,005 m. Für die Zeit  $t = 0,2$  sek. vom Bewegungsanfang an ist beispielweise die Fläche unter der Geschwindigkeitskurve  $\approx 4$  qcm, also

$$s = \approx 4 \cdot 0,005 \text{ m} = \approx 0,02 \text{ m.}$$

Hätte sich dagegen der Kolben vom Anfang an mit der ideellen Geschwindigkeit  $v_i = 0,266$  m/sek. bewegt, so wäre nach 0,2 sek. der zurückgelegte Weg:

$$s_i = 0,2 \cdot 0,266 = 0,0532 \text{ m,}$$

d. h. mehr als das Doppelte des tatsächlichen Weges.

Die Fig. 5 (S. 21) veranschaulicht den Zusammenhang zwischen Zeit und zurückgelegtem Wege. (Kolbenwegdiagramm.) Die Zeiten sind als Abszissen, die Wege als Ordinaten aufgetragen.

Maasstab für  $t$ : 1 cm = 0,1 sek.,

Maasstab für  $s$ : 1 cm = 1 cm.

Zum Vergleiche ist in Fig. 6 die ideelle Kolbenweglinie unter dem Winkel  $\varphi$  mit

$$\text{tang } \varphi = \frac{v_i}{0,10} = 10 \cdot 0,266 \text{ (m/sek.)} = 2,66$$

durch den Anfangspunkt gelegt. Man sieht, dass die Kolbenweglinie, mit horizontaler Tangente beginnend, allmählich sich einer Geraden nähert, die zur ideellen Kolbenweglinie parallel verläuft.

Ueber die Bedeutung des Stückes  $t_s$  auf der Zeitachse zwischen der ideellen Kolbenweglinie und der Asymptote siehe S. 4 u. 22. Zur Konstruktion von  $t_s$  ist die Kurve

$$\text{cotg } \delta = \frac{v_{\text{max}} - v}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

zu zeichnen.

Es ergibt sich z. B. für

$v = 0$	$\text{cotg } \delta = 0,2290$
0,1	0,1678
0,2	0,1332
0,266	0,1183

Fig. 7 unten enthält als Abszissen die Werte  $v$ , als Ordinaten  $\text{cotg } \delta$ .

Maasstab für  $v$  : 1 cm = 0,05 m/sek.,

Maasstab für  $\cotg \delta$ : 1 cm = 0,1.

Der Mittelwert von  $\cotg \delta$  stellt sich auf 0,159.  
Also

$$t_s = 0,159 \text{ sek.}$$

Mit  $t_s$  und  $\tan \varphi = \frac{v_i}{0,10}$  ist die Asymptote des Kolbenwegdiagrammes leicht zu zeichnen. Zur Beurteilung des Kolbenwegdiagrammes genügt es meist schon, die Lage der Asymptote zu kennen.

Während die ideelle Schlusszeit 1,13 sek. beträgt, würde der Kolben tatsächlich zum Zurücklegen seines Hubes in der Schliessrichtung beinahe

$$S_i + t_s = 1,13 + 0,159 = 1,289 \text{ sek.}$$

brauchen. Der wesentliche Unterschied zwischen dem masselos gedachten Servomotor und dem tatsächlichen liegt jedoch nicht darin, dass die Zeit für den Hub des letzteren etwas länger ist; vielmehr ist der Umstand von Bedeutung, dass infolge des Beschleunigungsvorganges die Füllungen zu Anfang der Kolbenbewegung nur sehr wenig verändert werden, dass also die Umdrehungszahlen zunächst sich fast wie bei regulatorloser Turbine entwickeln.

Es soll nun noch die gute Uebereinstimmung der angenäherten analytischen Formeln mit den Ergebnissen der richtigeren, aber umständlichen graphischen Methode gezeigt werden.

Es war für die Kolbenwege (S. 28):

$$s = \frac{1}{a'} \left( \ln \frac{e^{\frac{2 \cdot V_a \cdot c_o \cdot t}{2}} + 1}{2} - t V_a' c_o \right).$$

Mit

$$a' = a + \frac{b}{V_{v_{\max}}} = 15,5 + \frac{0,489}{V_{0,266}} = 16,45,$$

( $v_{\max}$  aus Gleichung

$$v_{\max}^2 \cdot \underbrace{15,5}_a + v_{\max} \cdot \frac{3}{2} \cdot \underbrace{0,489}_b = \underbrace{1,16}_{c_o}$$

berechnet) erhält man

$$s = \frac{1}{16,45} \left( \ln \frac{e^{2 \sqrt{16,45 \cdot 1,16} \cdot t} + 1}{2} - t \sqrt{16,45 \cdot 1,16} \right)$$

$$= 0,0608 \left( \ln \frac{e^{8,74 \cdot t} + 1}{2} - t \cdot 4,37 \right).$$

Z. B. für  $t = 0,2$  sek.:

$$s = 0,0608 \left( \ln \frac{e^{8,74 \cdot 0,2} + 1}{2} - 0,2 \cdot 4,37 \right) = 0,0209 \text{ m.}$$

Auf graphischem Wege war gefunden:

$$s = 0,02 \text{ m.}$$

Für  $t_s$  war die Formel entwickelt:

$$t_s = 0,693145 \cdot \frac{v_{\max}}{c_0} \quad (\text{S. 29})$$

Mit  $v_{\max} = 0,266$  und  $c_0 = 1,16$  folgt:

$$t_s = 0,159,$$

genau wie nach den graphischen Ermittlungen.

Wir wollen diese Formeln nun auch auf die *Oeffnungsbewegung* des Kolbens anwenden.

Hierfür ist:

$$a = 15,5$$

$$b = 0,489$$

$$c_0 = 1,72. \quad (\text{S. 46})$$

Also:

$$v_{\max}^2 \cdot 15,5 + v_{\max} \frac{3}{2} \cdot 0,489 = 1,72.$$

Daraus folgt (am besten durch Probieren zu finden):

$$v_{\max} = v_i = 0,324 \text{ m/sek.};$$

ferner:

$$a' = 15,5 + \frac{0,489}{\sqrt{0,324}} = 16,36,$$

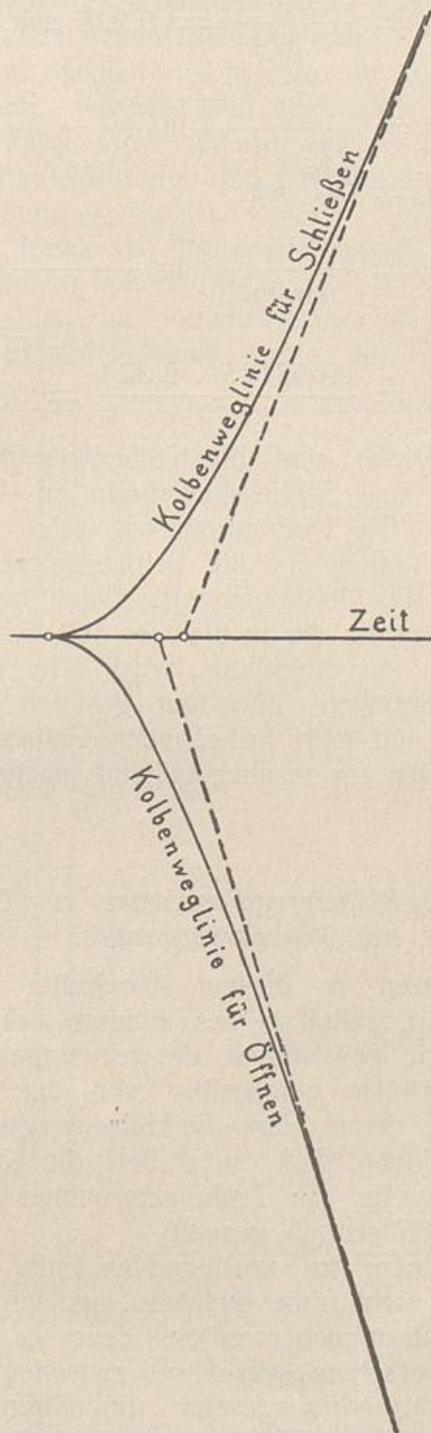


Fig. 12.

$$\text{Oeffnungszeit } S_i = \frac{0,3}{0,324} = 0,926 \text{ sek.}$$

$$s = \frac{1}{16,36} \left( \ln \frac{e^{10,6 \cdot t} + 1}{2} - t \cdot 5,3 \right).$$

Z. B. für  $t = 0,2$  sek.:

$$s = \frac{1}{16,36} \left( \ln \frac{e^{2,12} + 1}{2} - 1,06 \right) \\ = 0,0294 \text{ m.}$$

$$\text{Ferner ist: } t_s = \frac{0,693145 \cdot 0,324}{1,72} = 0,131.$$

Zum Vergleiche sind die Kolbenwegdiagramme für die Oeffnungs- und Schliessbewegung in Fig. 12 zusammengestellt. Die Oeffnungskurve zeigt einen allgemein steileren Verlauf als die Schliesskurve. Insbesondere sind auch die Oeffnungswege gleich zu Beginn der Bewegung grösser als die in gleicher Zeit beim Schliessen zurückgelegten. Der Regulator wird also in der Oeffnungsperiode allgemein günstiger arbeiten als in der Schliessperiode und wird insbesondere seinen Einfluss bei Beginn der Bewegung rascher geltend machen.

#### *Verwendung der Kolbenwegdiagramme zur Untersuchung des Reguliervorganges.*

Wir benützen in diesem Abschnitte die Voraussetzungen und Ergebnisse des obigen Zahlenbeispielles.

Ist hier, wie gewöhnlich, die gezwungene Bewegung der Tachometerhülse unmittelbar von der Kolbenbewegung abgeleitet, derart, dass die Hülsenwege den Kolbenwegen proportional sind, so stellen die Kolbenwegdiagramme gleichzeitig die Tachometerbahnen dar (ganzer Kolbenhub = Hülsenhub gesetzt).

Dagegen kann im vorliegenden Falle der Verlauf der Füllungen nicht ohne weiteres aus den Kolbenwegdiagrammen entnommen werden, denn es ist ein veränderliches Uebersetzungsverhältnis zwischen Kolben- und Schaufelbewegung vorausgesetzt. Im allgemeinen haben Aenderungen dieses Uebersetzungsverhältnisses auch (meist annähernd proportionale) Aenderungen des Ver-

hältnisses zwischen Kolbenweg und Schaufelöffnung zur Folge. Zwischen Schaufelöffnung und Füllung (arbeitender Wassermenge) der Turbine bestehe im vorliegenden Falle Proportionalität, wie dies im allgemeinen auch der Fall ist. Doch kann auch jedem anderen Zusammenhange zwischen Schaufelöffnung und Füllung in entsprechender Weise Rechnung getragen werden, sofern dieser Zusammenhang (etwa aus Bremsergebnissen des betreffenden Turbinensystemes) bekannt ist.

Es sei also für verschiedene Kolbenstellungen die Grösse der Schaufelöffnung bzw. der Füllung ermittelt

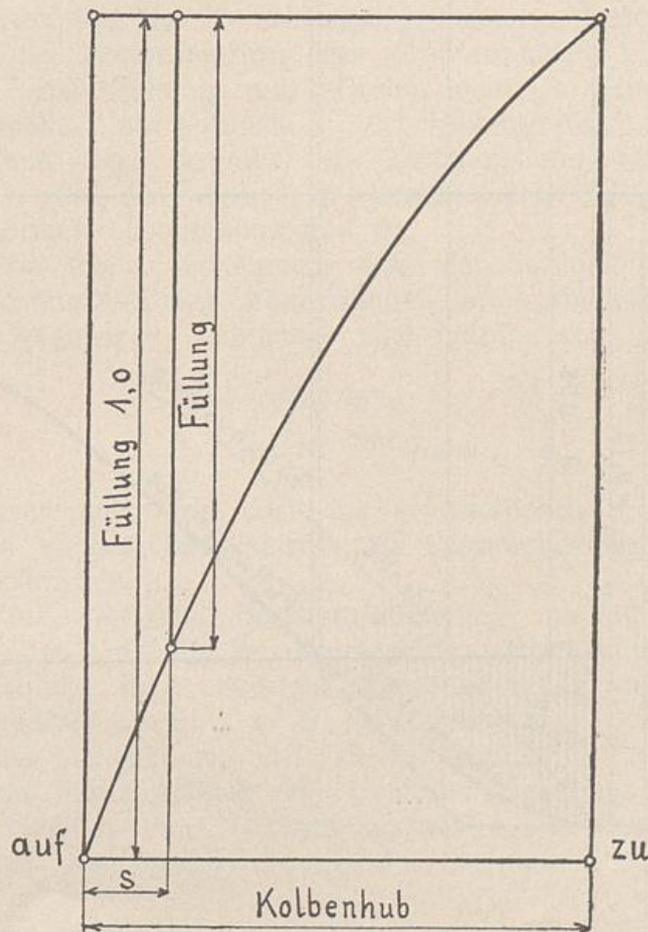


Fig. 13.

und im Diagramme Fig. 13 dargestellt. Als Abszissen sind die Kolbenwege ( $1 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$  Kolbenweg) auf-

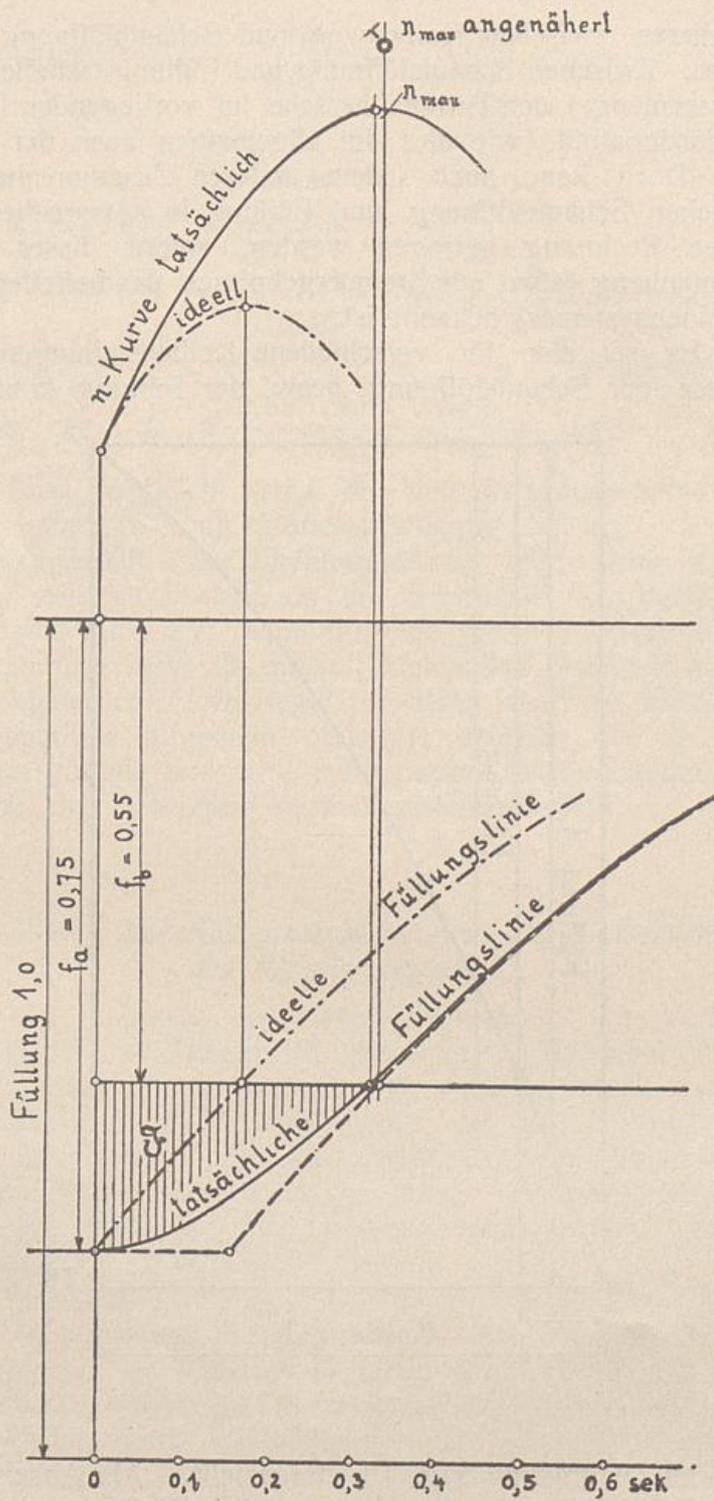


Fig. 14.

getragen, als Ordinaten die Füllungen ( $1 \text{ cm} = 0,1$  Füllung). Mit Hilfe dieses Diagrammes ist aus dem Kolbenwegdiagramme für „Schliessen“ die Füllungskurve (Fig. 14 unten) konstruiert, unter der Voraussetzung, dass die Füllungsänderung von 0,75 Füllung aus erfolge.

Maasstab der Abszissen (Zeit) :  $1 \text{ cm} = 0,1 \text{ sek.}$ ,

Maasstab der Ordinaten:  $1 \text{ cm} = 0,1$  Füllung.

Zum Vergleiche ist auch die ideelle Füllungskurve entsprechend der ideellen Schlusszeit von  $S_i = 1,13 \text{ sek.}$  (für „Schliessen“) eingetragen, sowie die Kurve, welche der Asymptote des Kolbenwegdiagrammes entspricht.

Unter Voraussetzung des proportionalen Verlaufes von Turbinenfüllung und -Drehmoment (s. Einleitung S. 2 stellt  $1 \text{ cm}$  Ordinate  $= 0,1$  Füllung im Füllungsdiagramm (Fig. 14 unten) ein Turbinendrehmoment von  $0,1 \cdot T_1 \text{ mkg}$  dar, wenn  $T_1$  das Drehmoment bei Füllung 1 und normaler Umdrehungszahl ist.

Wir wollen annehmen, dass der Servomotor von den vorausgesetzten Abmessungen in Verbindung mit einem gegebenen Tachometer eine Turbine von

$$T_1 = 573 \text{ mkg,}$$

$$n_1 = 250 \text{ Umdr./min.}$$

regulieren soll, und dass die erforderlichen Schwungmassen zu berechnen seien. Als Regulierbedingung sei vorgeschrieben:

Eine plötzliche Belastungsänderung um 20 v. H. der vollen Leistung in dem Gebiete zwischen 0,5 und 1,0 Füllung darf höchstens eine Aenderung der Umdrehungszahlen von 2 v. H. hervorrufen.

Das Tachometer sei derart gewählt, dass der höchsten Muffenstellung eine Umdrehungszahl  $n_0 = 260$ , der untersten eine Umdrehungszahl  $n_1 = 250$  entspreche. Also

$$\begin{aligned} \text{Ungleichförmigkeitsgrad } \delta &= \frac{260 - 250}{255} \\ &= 0,0392 \end{aligned}$$

(oder

$$\beta = \frac{260 - 250}{250}$$

$$= 0,04$$

nach A. Pfarr).

Wir wollen eine plötzliche *Entlastung* von 0,75 auf 0,55 der vollen Leistung annehmen, da hierbei die erste Füllungsänderung mit kleinerer Reguliergeschwindigkeit, also ungünstiger, verläuft als bei einer entsprechenden Belastungszunahme. (Für „Schliessen“  $v_i = 0,266$  m/sek., für „Oeffnen“  $v_i = 0,324$  m/sek., vergl. S. 46 u. 50.)

Die Stellung der Tachometermuffe bei 0,75 Füllung ergibt sich aus der zugehörigen Kolbenstellung. Nach Fig. 13 steht der Kolben 5 cm von seinem Hubende entfernt, also um  $\frac{5}{30} = 0,1667$  seines Hubes. Dementsprechend ist auch die Tachometermuffe um 0,1667 ihres Hubes von der untersten Stellung entfernt. Daraus folgt die zugehörige Umdrehungszahl

$$n_a = 250 + (260 - 250) \cdot 0,1667 = 251,67.$$

Bei der angenommenen Entlastung darf nun höchstens eine Aenderung um

$$251,67 \cdot 0,02 = 5,03 \text{ Umdr./min.}$$

eintreten.

Die Eigenreibung des Tachometers und die Reibung des vom Tachometer zu bewegendem Steuerorganes erfordere zur Bewegung der Muffe eine Aenderung von  $n$  um 0,5 v. H., d. h. um 1,25 Umdr./min. (gutes Tachometer und entlastetes Steuerorgan vorausgesetzt). Die Massenwirkung des Tachometers und des Steuerorganes seien zu vernachlässigen (Federregulator, leichte Steuertheile bei Anwendung von Vorsteuerung).

Wir behalten zunächst noch die Voraussetzung bei, dass sogleich nach Ueberwindung der Unempfindlichkeit des Tachometers die Steuerkanäle als voll eröffnet betrachtet werden können (s. S. 3). Nach Berechnung der Schwungmassen wird diese Voraussetzung auf ihre Zulässigkeit zu prüfen sein. Zur Sicherheit und zur Deckung etwaiger Spielräume in den Gelenken wollen wir aber noch eine weitere Steigerung der Umdrehungszahlen um 0,25 nach Ueberwindung der Unempfindlichkeit annehmen, bis das Regulierventil auf „Schliessen“

gesteuert ist, so dass also die Umdrehungszahl im Augenblicke der Einwirkung des Servomotors beträgt:

$$n_s = n_a + 1,25 + 0,25 = n_a + 1,50.$$

Von diesem Augenblicke an bleibt also noch eine Steigerung um  $5 - 1,5 = 3,5$  Umdr./min. zulässig.

Unter Einfluss der Schliessbewegung ändert sich nunmehr die Umdrehungszahl nach der Beziehung

$$\begin{aligned} n &= \frac{30}{\pi J} \int M dt + C \quad (\text{s. Einleitung S. 2}), \\ &= \frac{30}{\pi J} \int_0^t M dt + n_s, \end{aligned}$$

wobei:

$J$  = Trägheitsmoment der Schwungmassen,

$M$  = beschleunigendes Moment,

$t$  = Zeit vom Beginn der Einwirkung des Servomotors auf die Füllung.

Die Momente  $M$  ergeben sich aus dem Füllungs- bzw. Momentendiagramm Fig. 14, wenn wir noch das konstante widerstehende Moment der Belastung  $0,55 \cdot T_1$  als Gerade parallel der Zeitachse im Abstände 5,5 cm von der Füllung 0 aus eintragen. Die Ordinatenstücke zwischen der Geraden und der Füllungs- bzw. Momentenkurve stellen dann die beschleunigenden Momente  $M$  dar im Maassstabe:

$$1 \text{ cm} = 0,1 \cdot 573 = 57,3 \text{ mkg.}$$

Die Flächenstücke zwischen der Geraden und der Kurve stellen somit die Grössen  $\int M dt$  dar im Maassstabe

$$1 \text{ qcm} = 0,1 \cdot 57,3 = 5,73 \text{ mkg} \times \text{sek.}$$

Nach der Beziehung

$$n = \frac{30}{\pi J} \int M dt + C$$

erhalten wir einen Zuwachs um 1 Umdr./min. für

$$\int M dt = \frac{\pi J}{30} \text{ mkg} \times \text{sek.},$$

also entspricht 1 qcm Fläche des Momentendiagrammes eine Aenderung der Umdrehungszahlen von 5,73:  $\left(\frac{\pi J}{30}\right)$  Umdr./min.

In Fig. 14 oben sind für die verschiedenen  $t$  die zugehörigen Flächenstücke  $\int_0^t M dt$  als Ordinaten aufgetragen im Maasstabe

$$1 \text{ cm} = 1 \text{ qcm} = \frac{5,73}{\left(\frac{\pi J}{30}\right)} \text{ Umdr./min.}$$

Die Kurve stellt also den Verlauf der Umdrehungszahlen während der Schliessbewegung des Regulators dar;  $n$  wird ein Maximum für den Zeitpunkt, wo  $M = 0$  ist (Schnittpunkt der Geraden des widerstehenden Momentes mit der Momentenkurve). Handelt es sich nur um Bestimmung der maximalen Aenderung von  $n$ , so braucht man nur die Fläche bis zu diesem Punkte auszumitteln. Es ergibt sich  $\mathfrak{F} = 4,1$  qcm, also wächst die Umdrehungszahl unter Einwirkung des Servomotors noch um

$$\frac{4,1 \cdot 5,73}{\left(\frac{\pi J}{30}\right)}$$

Es soll nun im vorliegenden Falle diese Steigerung der Umdrehungszahl  $\leq 3,5$  sein (s. o.), also

$$\frac{4,1 \cdot 5,73}{\left(\frac{\pi J}{30}\right)} \leq 3,5,$$

mithin ist erforderlich eine Schwungmasse mit Trägheitsmoment

$$J \geq \frac{4,1 \cdot 5,73 \cdot 30}{\pi \cdot 3,5} = \approx 64,2,$$

was einem Schwungkranzgewicht von  $\approx 630$  kg bei 1 m Schwerpunktsradius entspricht.

Die Umkehrung der Aufgabe, nämlich bei gegebener Schwungmasse ( $J$ ) die höchste Umdrehungszahländerung zu bestimmen, oder überhaupt den zeitlichen Verlauf der Umdrehungszahlen, ist leicht in entsprechender Weise durchzuführen.

Zum Vergleiche ist in Fig. 14 ausser der schon ermittelten  $n$ -Kurve noch eine „ideelle“  $n$ -Kurve punktiert eingetragen. Sie entspricht der ideellen Füllungskurve, stellt also den Vorgang unter Vernachlässigung der Massen des Servomotors dar. Die grösste Aenderung der Umdrehungszahlen während der Schliessbewegung ist hier etwa das 0,42-fache der vorher ermittelten; *es hätte sich daher bei Zugrundelegung eines masselosen Servomotors eine Schwungmasse ergeben, die noch nicht die Hälfte der richtigen ausgemacht hätte.*

Der Punkt  $x$  in Fig. 14 entspricht der maximalen Umdrehungszahl unter der Annahme, dass die Füllungsänderung nach der um  $t_s$  verschobenen ideellen Füllungskurve erfolge (entstanden aus der Asymptote des Kolbenwegdiagrammes). Es ist also angenommen, dass die Turbine noch während einer weiteren Zeit  $t_s$  nach erfolgter Steuerbewegung regulatorlos sei. Die hiernach gefundene grösste Aenderung der Umdrehungszahl nach Eingriff der Steuerung ist  $\sim 1,2$ -mal so gross als die oben genauer ermittelte; es würde sich hiermit ein nur wenig zu grosser Wert der erforderlichen Schwungmasse ( $J$ ) ergeben. Aus Fig. 14 ist ersichtlich, dass für die betrachtete Füllungsänderung auch ohne weiteres die geringfügige Krümmung der ideellen Füllungskurve hätte vernachlässigt werden können. Man hätte also eine proportionale Aenderung der Füllungen mit den Kolbenwegen annehmen dürfen gemäss der für eine mittlere Füllung zwischen 0,75 und 0,55 geltenden Beziehung zwischen Kolbenweg- und Füllungsänderung.

Es ist jetzt zu untersuchen, ob sich infolge der *endlichen Geschwindigkeit der Steuerbewegung (allmähliche Oeffnung der Steuerkanäle)* im Gegensatz zu der bisher gemachten Annahme der plötzlichen Oeffnung eine merkliche Abweichung des Vorganges von dem soeben ermittelten ergibt.

Die Zeit, während der das Steuerventil geöffnet wird, bestimmen wir aus der vorläufig als richtig angenommenen  $n$ -Kurve, Fig. 14 oben. Es sei der Ventilhub 12 mm, der entsprechende Tachometerhub bei Hebelübersetzung 1 : 2 daher gleich 6 mm. Der gesamte mögliche Tachometerhub für die Aenderung der Umdrehungszahlen von  $n_0 = 260$  bis  $n_1 = 250$  sei 60 mm.

Dann ist für den vollen Ventilhub eine Aenderung der Umdrehungszahlen von  $(260 - 250) \cdot \frac{6}{60} = 1$  Umdr./min. erforderlich.

In der ermittelten  $n$ -Kurve stellt nun 1 cm dar:

$$\frac{5,73}{\left(\frac{\pi J}{30}\right)} \text{ Umdr./min.}; \text{ mit } J = \infty 65 \text{ ist daher}$$

$$1 \text{ cm} = \frac{5,73 \cdot 30}{\pi \cdot 65} = 0,84 \text{ Umdr./min.}$$

Einer Umdrehung pro Minute entsprechen also  $\frac{1}{0,84} = 1,19$  cm. Die zugehörige Abszisse der  $n$ -Kurve beträgt  $\approx 0,55$  cm = 0,055 sek. Also wird das Ventil in  $\approx 0,055$  sek. voll eröffnet, vorausgesetzt, dass die von der Kolbenbewegung abgeleitete „Rückführung“ auf die Ventilbewegung noch ohne merklichen Einfluss ist. Dies trifft hier genau genug zu, da während 0,055 sek. der Kolben des Servomotors (nach Kolbenwegdiagramm Fig. 5, S. 21) erst um ca. 2 mm vorgerückt ist.

Die Steuerbewegung erfolgt annähernd mit konstanter Geschwindigkeit, da die  $n$ -Kurve in der Zeit der Steuerbewegung fast geradlinig verläuft.

Um nun den Bewegungsvorgang entsprechend der Veränderlichkeit der Steuerquerschnitte während des Ventilhubes annähernd richtig verfolgen zu können, nehmen wir zur Vereinfachung an, dass die Steuerbewegung stufenweise unstetig erfolge, derart, dass das Ventil eine kleine Strecke plötzlich bewegt wird, eine Zeit lang in dieser Stellung bleibt, dann wieder plötzlich um eine weitere Strecke bewegt wird usw. Es ist dann nur noch erforderlich, die Durchflusswiderstände für die betreffenden Ventilstellungen zu kennen, um die Untersuchung nach der bisher angewandten Methode durchführen zu können. Es erscheint nicht zweckmässig, eine strenge Lösung der Aufgabe dadurch anzustreben, dass man die Durchflusswiderstände als Funktion der Zeit in die Differentialgleichung der Kolbenbewegung einführt. Denn einmal sind genaue Werte für die Durchflusswiderstände der verschiedenen Ventilstellungen schwer

zu erlangen und dann würde die Lösung der Differentialgleichung sehr verwickelt, wo nicht undurchführbar.

Die Durchflusswiderstände sind in der Differentialgleichung in den Koeffizienten  $a$  und  $b$  enthalten (bezw. in  $a'$  für die vereinfachte, angenäherte Form, vergl. S. 27). Für unser Beispiel war:

$$a' = 16,45.$$

Der Anteil des Steuerventils an  $a'$  war dabei nach S. 35

$$a'_s = \frac{w_s}{10 \nu^2} \cdot \frac{1}{\mathfrak{M}} = 5,16$$

(für volle Oeffnung).

Bei geschlossenem Ventil ist nun

$$a'_s \text{ und somit auch } a' = \infty.$$

Für die Annäherungsrechnung wollen wir annehmen, dass  $a'_s$  bzw.  $a'$  sich in drei Stufen plötzlich ändere und zwar sei für die Zeit (gerechnet von Anfang des Steuerhubes an):

$t = 0$  bis  $t = 0,025$  sek.,  $a' = 100$ ; (also  $a'_s$  für etwa ein drittel offenes Ventil = 88,7),

$t = 0,025$  bis  $t = 0,055$  sek.,  $a' = 40$ ; (also  $a'_s$  für etwa zwei drittel offenes Ventil = 28,7),

nach  $t = 0,055$  sek.,  $a' = 16,45$ ; (also  $a'_s$  für offenes Ventil = 5,16).

Die Zahlen für  $a'$  sind in Ermanglung von Versuchswerten geschätzt, dürften aber eher zu hoch als zu niedrig gegriffen sein.

Für den ersten angenommenen Abschnitt der Steuerbewegung (von  $t = 0$  bis  $t = 0,025$  sek.) kann in der S. 28 angegebenen Weise der Kolbenweg  $s$  als Funktion von  $t$  berechnet werden. Also:

$$s = \frac{1}{a'} \left( \ln e^{\frac{2 V_{a' c_0} \cdot t}{2} + 1} - t V_{a' c_0} \right).$$

Dabei ist  $a' = 100$  und  $c_0$  wie bisher = 1,16 zu setzen.

Beim Uebergang zum nächsten Abschnitte entsteht zufolge der plötzlichen Aenderung der Widerstände (Aenderung von  $a' = 100$  auf  $a' = 40$ ) ein Sprung in

der Grösse der Kolbenbeschleunigung. Dagegen muss die Geschwindigkeit für das Ende des ersten und den Anfang des zweiten Abschnittes denselben Wert haben; nur entwickeln sich die Geschwindigkeiten im zweiten Abschnitte nach einem anderen Gesetze, entsprechend der neuen Grösse von  $a'$ . D. h. im zeitlichen Verlaufe der Geschwindigkeiten entsteht an der Uebergangsstelle zum neuen  $a'$  ein Knick. Die Wege  $s$  sind zu Ende des ersten und zu Anfang des zweiten Abschnittes ebenfalls gleich gross; da auch die Geschwindigkeiten in diesem Zeitpunkte übereinstimmen, so schliesst die Wegkurve des neuen Abschnittes an der Uebergangsstelle mit gleichbleibender Tangente an die des vorhergehenden Abschnittes an.

Entsprechend vollzieht sich der Uebergang zu den weiteren Bewegungsabschnitten. Fig. 15.

Auf Grund dieser Ueberlegung lassen sich die in jedem Abschnitte zurückgelegten Wege leicht berechnen, indem man zur Bestimmung der jeweiligen Anschlusspunkte der Wegkurven die Endgeschwindigkeit des vorhergehenden Abschnittes berechnet und diese als Anfangsgeschwindigkeit des neuen Abschnittes einführt. Dabei sind die Formeln für  $v$ ,  $t$  und  $s$  (S. 27 u. 28) zu benützen.

Die auf solche Weise berechneten Werte für das Kolbenwegdiagramm mit Berücksichtigung der endlichen Geschwindigkeit der Steuerbewegung sind im folgenden den entsprechenden Werten für unendliche Steuergeschwindigkeit (plötzliche Eröffnung) gegenübergestellt:

$t = 0$	Steuerbewegung mit endl. Geschw.		Steuerbewegung mit unendl. Geschw.	
	sek.	$s = 0$ m	$s = 0$	m
0,025	„	0,00036 „	0,00036	„
0,055	„	0,00170 „	0,00176	„
0,300	„	0,03895 „	0,04180	„

Die Unterschiede in der Kolbenbewegung sind hiernach ganz unbedeutend. Die Voraussetzung der plötzlichen Eröffnung war somit im vorliegenden Falle hinlänglich genau.

Auch bei noch bedeutend kleineren Steuergeschwindigkeiten würde das Kolbenwegdiagramm nur sehr wenig von dem ursprünglich angenommenen abweichen, wenn

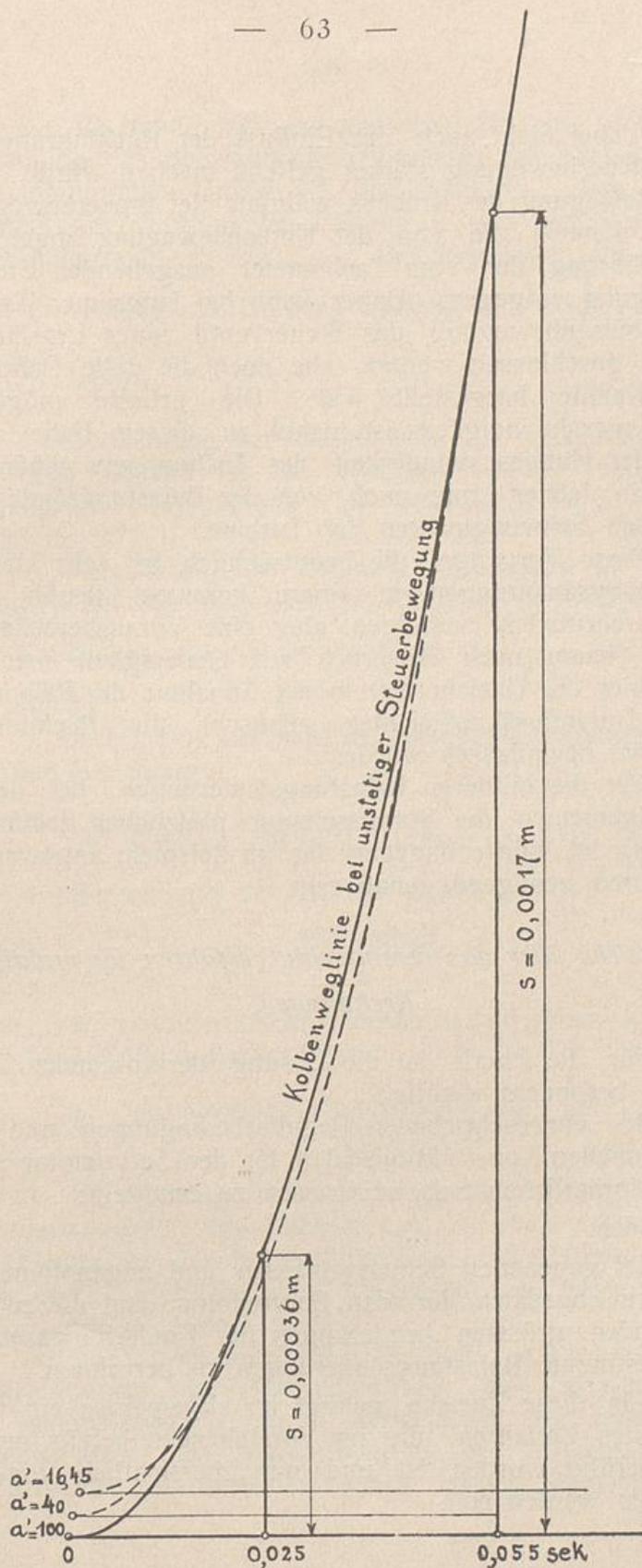


Fig. 15.

sich dabei nicht auch der Einfluss der Rückführung auf die Steuerbewegung stärker geltend machen würde. Bei der Bewegung des Kolbens während der Steuerbewegung wirkt nämlich die von der Kolbenbewegung abgeleitete Rückführung der vom Tachometer ausgehenden Steuerbewegung entgegen. Daher kann bei langsamer Tachometerhülsenbewegung das Steuerventil unter Umständen schon geschlossen werden, ehe noch die volle Oeffnung der Kanäle hergestellt war. Die grösste mögliche Kolbengeschwindigkeit ist daher in diesem Falle auch von der Hubgeschwindigkeit des Tachometers abhängig, also in letzter Linie auch von der Belastungsänderung und den Schwungmassen der Turbine.

Diese Vorgänge, die hauptsächlich bei sehr kleinen Belastungsänderungen in Frage kommen, lassen sich zwar schrittweise verfolgen, aber eine Vorausberechnung dürfte kaum noch Anspruch auf Genauigkeit machen, weil hier die Unsicherheit in der Annahme der Reibungs- und Durchflusskoeffizienten allzusehr die Rechnungsergebnisse beeinflussen würde.

Für die mittleren Belastungsänderungen, bei denen im allgemeinen die Voraussetzung plötzlicher Eröffnung zulässig ist, dürfte dagegen das im Beispiele angewandte Verfahren genügend genau sein.

#### *Uebersicht über das vereinfachte Verfahren für praktische Rechnungen.*

Für die Praxis ist die Lösung der folgenden Aufgaben besonders wichtig:

Bei vorgeschriebenen Regulierbedingungen und angenommenen Konstruktionsdaten für den Servomotor sind die erforderlichen Schwungmassen zu ermitteln:

oder:

Bei gegebenen Schwungmassen und angenommenen Konstruktionsdaten für den Servomotor sind die zu erwartenden grössten Aenderungen der Umdrehungszahlen für bestimmte Belastungsänderungen zu berechnen.

Für diese Zwecke genügt im allgemeinen ein vereinfachtes Verfahren, das im Vorstehenden bereits mehrfach berührt worden ist und nun übersichtlich wiedergegeben werden soll.

Die Rechnung sei vorzunehmen für eine plötzliche Aenderung des Belastungsdrehmomentes der Turbine von der anfänglichen Grösse  $T_a$  auf  $T_b$  (mkg). Das Drehmoment der Turbine bei Füllung 1 und der normalen Umdrehungszahl  $n_1$  sei  $T_1$ . Der Regulator soll demnach die anfangs vorhandene Füllung  $f_a = \frac{T_a}{T_1}$  auf  $f_b = \frac{T_b}{T_1}$  ändern.

1. Berechnung der treibenden und widerstehenden statischen Drücke für die Oeffnungs- bzw. Schliessbewegung des Servomotors. Der Ueberdruck ist  $C_0$  kg/qcm (vergl. S. 17).

2. Berechnung der Durchflusswiderstände in kg/qcm bezogen auf das Quadrat der Kolbengeschwindigkeit  $v$ . Der Koeffizient von  $v^2$  ist  $A' = A + \frac{B}{V \cdot v}$  (vergl. S. 16 und 27).

3. Berechnung der ideellen Kolbengeschwindigkeit  $v_i$  aus der Gleichung:

$$v_i^2 A + v_i^{\frac{3}{2}} B = C_0 \quad (\text{vergl. S. 21}).$$

4. Berechnung der ideellen Schlusszeit

$$S_i = \frac{\text{Kolbenhub}}{v_i},$$

bezw. bei veränderlichem Verhältnis zwischen Kolbenweg- und Füllungsänderung:

$$S_i = \frac{\text{Kolbenweg entsprechend } (f_a - f_b)}{v_i \cdot (f_a - f_b)}$$

5. Berechnung der Umdrehungszahländerung infolge Unempfindlichkeit des Tachometers und etwa vorhandener Spielräume in den Steuerungsteilen. Die Umdrehungszahl ändert sich bis zum Eingreifen des Servomotors von  $n_a$  auf  $n_s$  (vergl. S. 57).

Bis hierher ist das Verfahren genau so wie ohne Berücksichtigung der Massenwirkung des Servomotors. Die Berechnungen 1. bis 5. sind daher auf jeden Fall vorzunehmen. Ist Massenwirkung zu berücksichtigen (namentlich bei verhältnismässig langen Rohrleitungen

und dabei verhältnismässig kleiner Betriebspressung, vergl. S. 26, so folgt:

6. Berechnung der Beschleunigungsdrucke (in kg/qcm) herrührend von den Massen der Betriebsflüssigkeit und den Massen der Getriebeteile des Servomotors, bezogen auf die Kolbenbeschleunigung  $i = \frac{dv}{dt}$ . Verhältnismässig langsam sich bewegende Getriebeteile können dabei unberücksichtigt bleiben, sofern ihre Massen nicht ungewöhnlich gross sind (vergl. S. 39). Der Koeffizient von  $\frac{dv}{dt}$ , die reduzierte Masse, ist  $\mathfrak{M}$ .

7. Berechnung der Zeit  $t_s$  (Spielraumzeit infolge Massenbeschleunigung) aus der Beziehung:

$$t_s = 0,693145 \frac{\mathfrak{M}}{C_o} \cdot v_i \quad (\text{vergl. S. 29}).$$

8. Berechnung der Fläche  $\mathfrak{F}$  des Füllungsdiagrammes (s. Fig. 14), angenähert, mit Benützung der Asymptote der Kolbenweglinie:

$$\mathfrak{F} = (f_a - f_b) t_s + \frac{(f_a - f_b)^2}{2} \cdot S_i;$$

daraus folgt:

9. Grösste Umdrehungszahl des ersten Regulierabschnittes:

$$n_{\max} \infty = n_s + \frac{30 T_1 \cdot \mathfrak{F}}{\pi J},$$

oder, wenn grösste zulässige Aenderung der Umdrehungszahl vorgeschrieben ist, folgt die erforderliche Schwungmasse aus:

$$J = \frac{30 T_1 \cdot \mathfrak{F}}{\pi (n_{\max} - n_s)}.$$

Die Fläche  $\mathfrak{F}$  ist bei der angenäherten Rechnung etwas zu gross; daher liefert das Verfahren die  $n_{\max}$  oder die  $J$  etwas zu gross und zwar um so mehr, je grösser  $t_s$  im Verhältnis zu  $S_i$  und je kleiner die Füllungsänderung  $f_a - f_b$  (absolut) ist. Darin liegt eine gewisse Sicherheit, die gegenüber der etwas zu günstigen Annahme der plötzlichen Eröffnung der Steuerkanäle zu statten kommt.

II. Teil.

*Untersuchung der Kolbenbewegung des Servomotors für veränderliche Verstellkraft des Leitapparates.*

Die Bewegungsgleichung für diesen Fall lautet nach S. 17

$$-\frac{dv}{dt} - v^2 a - v^{\frac{3}{2}} b \pm c_0 \pm c_1 s \pm c_2 s^2 \dots \dots \dots \pm c_v s^v = 0.$$

Wir haben gesehen, dass im besonderen Falle ( $p_k = k_0 = \text{konst.}$ ) das Glied  $v^{\frac{3}{2}} b = v^2 \frac{b}{V v}$  näherungsweise durch  $v^2 \cdot \frac{b}{V v_{\text{max}}}$  ersetzt werden durfte, so dass an die Stelle von  $-v^2 a - v^{\frac{3}{2}} b$  ein Glied  $-v^2 a'$  trat, also die  $\frac{3}{2}$ -te Potenz von  $v$  verschwand (S. 27). Es fragt sich nun, ob eine solche Vereinfachung auch im vorliegenden Falle statthaft ist.

Auch hier wird beim Ingangsetzen des Treibkolbens dessen Geschwindigkeit von Null aus bei zunächst noch kleinen Wegen  $s$  rasch anwachsen. Ist  $p_k$  nicht aussergewöhnlich stark vom Wege  $s$  abhängig, so wird daher während der starken Geschwindigkeitssteigerung am Anfang der Bewegung der Druck  $p_k$  sich noch nicht viel geändert haben; es gilt daher für den Anfang der Bewegung hinsichtlich des Einflusses von  $v^{\frac{3}{2}} \cdot b$  dasselbe wie im Falle  $p_k = \text{konst.}$

Bei den nunmehr erreichten grösseren Geschwindigkeiten findet eine raschere Zunahme des zurückgelegten Kolbenweges statt und es machen sich die Aenderungen von  $p_k$  deutlicher geltend. Wächst mit zunehmendem Kolbenweg der Widerstandsdruck  $p_k$ , so nimmt die Kolbengeschwindigkeit  $v$  allmählich wieder ab. Das Maximum von  $v$  ist in diesem Falle etwas kleiner als diejenige Geschwindigkeit  $v_{0 \text{ max}}$ , die bei konstanter Wirkung der Anfangsgrösse von  $p_k$  ( $= p_k$  für  $s = 0$ ) im Maximum eintreten könnte. Wird dagegen mit zunehmendem Kolbenweg der Widerstandsdruck  $p_k$  kleiner,



so nimmt die Kolbengeschwindigkeit  $v$  weiter zu und kann  $v_{0\max}$  überschreiten. Diese Geschwindigkeitsänderungen im weiteren Verlaufe der Kolbenbewegung liegen nun bei brauchbaren Konstruktionen innerhalb gewisser Grenzen. Jedenfalls darf  $v$  nicht unter einen bestimmten Betrag sinken, da sonst die Regulierung ungünstig (mit grosser Schlusszeit) arbeitet. Im allgemeinen wird die Kolbengeschwindigkeit in den Gebieten der grösseren Geschwindigkeiten bleiben, in denen die Aenderungen des Gliedes  $\frac{b}{V v}$  gegenüber dem Werte  $\frac{b}{V v_{0\max}}$  nicht mehr von grossem Einfluss sind.

Wir werden daher auch hier, ohne grosse Fehler zu begehen, statt des veränderlichen  $\frac{b}{V v}$  das konstante  $\frac{b}{V v_{0\max}}$  setzen dürfen, d. h. an Stelle von

$$-v^2 a - v \frac{3}{2} b$$

setzen wir

$$-v^2 a',$$

wobei

$$a' = a + \frac{b}{V v_{0\max}}$$

ist, und  $v_{0\max}$  aus der Gleichung folgt:

$$a v_{0\max}^2 + b v_{0\max} \frac{3}{2} = c_0.$$

Mit dieser Vereinfachung lautet jetzt die Bewegungsgleichung:

$$-\frac{dv}{dt} - v^2 a' \pm c_0 \pm c_1 s \pm c_2 s^2 \pm \dots \pm c_v s^v = 0.$$

Setzen wir zur Abkürzung:

$$\pm c_0 \pm c_1 s \pm c_2 s^2 \pm \dots \pm c_v s^v = \Phi(s),$$

so ist:

$$-\frac{dv}{dt} - v^2 a' + \Phi(s) = 0.$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet (*Forsyth-Maser*,  
Lehrbuch der Differentialgleichungen (1889) 4. Kap.  
§ 67):

$$v = \sqrt{\Phi(s) - \left[ \frac{\Phi'(s)}{2a'} + \frac{\Phi''(s)}{(2a')^2} + \frac{\Phi'''(s)}{(2a')^3} \right.}$$

$$\left. + \dots + \frac{\Phi^{(v)}(s)}{(2a')^v} \right] - \frac{C}{e^{2a's}};$$

dabei bedeutet:

$$\Phi'(s) \dots \dots \frac{d\Phi(s)}{ds},$$

$$\Phi''(s) \dots \dots \frac{d^2\Phi(s)}{ds^2},$$

$$\Phi^{(v)}(s) \dots \dots \frac{d^v\Phi(s)}{ds^v},$$

$e$  = Basis der natürlichen Logarithmen.

$C$  ergibt sich aus dem Anfangszustand:

Für  $s = 0$  soll sein  $v = 0$ , also ist

$$C = \Phi(s=0) - \left[ \frac{\Phi'(s=0)}{2a'} + \frac{\Phi''(s=0)}{(2a')^2} \right. \\ \left. + \frac{\Phi'''(s=0)}{(2a')^3} + \dots + \frac{\Phi^{(v)}(s=0)}{(2a')^v} \right].$$

Ändert sich der Verstellungswiderstand beispiels-  
weise nach einer Geraden derart, dass er mit zunehmen-  
dem Weg  $s$  grösser wird, so ist

$$\Phi(s) = c_0 - c_1 s,$$

also

$$\Phi'(s) = -c_1,$$

$$\Phi''(s) \text{ usw. bis } \Phi^{(v)}(s) = 0.$$

Also:

$$C = c_0 + \frac{c_1}{2a'}$$

und

$$v = \sqrt{\frac{c_0 - c_1 s - \left(\frac{-c_1}{2a'}\right) - c_0 + \frac{c_1}{2a'} e^{2a' s}}{a'}}$$

$$= \frac{1}{a'} \sqrt{\frac{(2a' c_0 + c_1) \left(1 - \frac{1}{e^{2a' s}}\right) - 2a' c_1 s}{2}}$$

Mit wachsendem  $s$  wächst  $e^{2a's}$  rasch, also nimmt  $(2a' c_0 + c_1) \left(1 - \frac{1}{e^{2a' s}}\right)$  vom Werte Null aus rasch zu; dagegen wächst  $2a' c_1 s$  langsamer. Daraus folgt, dass  $v$  in diesem Falle zunächst rasch zunimmt, ein Maximum erreicht und dann allmählich abnimmt (vergl. die graphische Darstellung Fig. 16)

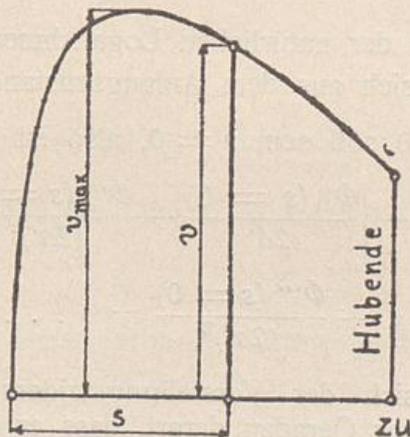


Fig. 16.

Die Lösung  $v = V\phi(s)$  usw. liefert die Kolbengeschwindigkeit  $v$  als Funktion des Weges  $s$ .

Der Zusammenhang zwischen Weg und Zeit ergibt sich dann mit Hilfe der Beziehung:

$$v = \frac{ds}{dt}; dt = \frac{1}{v} \cdot ds.$$

Zeichnen wir mit Benützung der Lösung  $v = V\Phi(s)$  usw. eine Kurve:

$$\frac{1}{v} = \text{Funktion}(s),$$

indem wir z. B. die Wege  $s$  als Abszissen, die reziproken Werte der zugehörigen Geschwindigkeiten  $v$  als Ordinaten auftragen, so stellt das Flächenelement zwischen

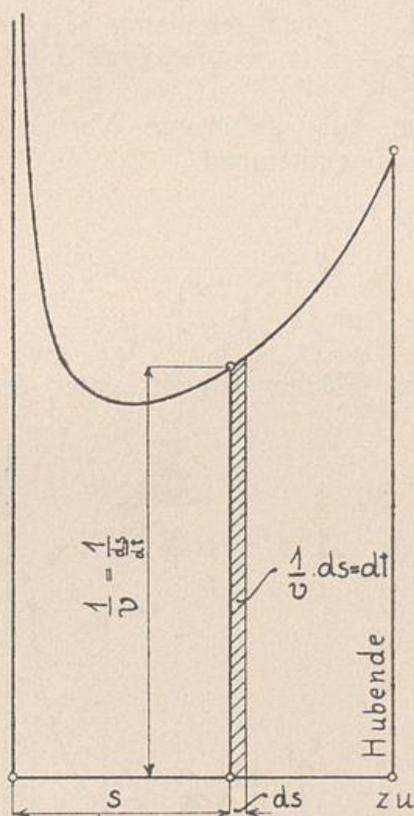


Fig. 17.

zwei um  $ds$  entfernten Ordinaten die Zeit  $dt$  dar, die für die Zurücklegung des Weges  $ds$  erforderlich ist. (Fig. 17). Die Fläche zwischen den zu  $s_1$  und  $s_2$  zugehörigen Ordinaten  $\frac{1}{v_1}$  und  $\frac{1}{v_2}$  stellt folglich die Zeit dar, die zur Zurücklegung des Weges  $s_2 - s_1$  erforderlich ist.

Wir brauchen nun die Zeiten vom Anfang der Bewegung an, also von  $s = 0$  an. Dabei ergibt sich die Schwierigkeit, dass die zu  $s = 0$  zugehörige Anfangs-

koordinate  $\frac{1}{v}$  unendlich ist, da ja für  $s = 0$  auch  $v = 0$  ist. Diese Schwierigkeit lässt sich folgendermaassen umgehen:

Wir bestimmen für den Bewegungsanfang die Beschleunigungen  $i = \frac{dv}{dt}$  als Funktion von  $v$  aus der ursprünglichen Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = \Phi(s) - v^2 a' \quad (\text{vgl. S. 68}),$$

wobei wir den zu  $v$  gehörigen Wert  $s$  aus der Kurve  $v = \text{Funktion}(s)$  entnehmen.

Nun ist

$$dt = \frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)} \cdot dv,$$

mithin stellt das Flächenelement unter der neuen Kurve

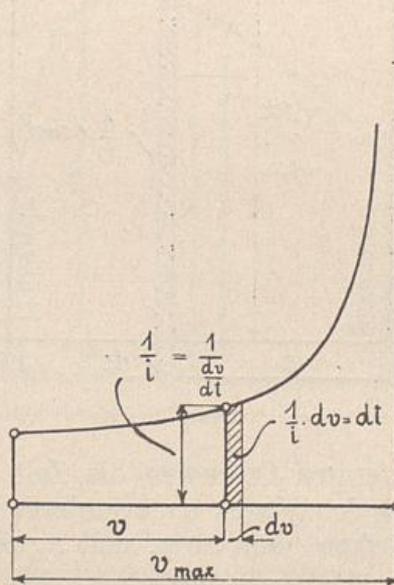


Fig. 18.

$\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$  = Funktion ( $v$ ), begrenzt von zwei um  $dv$  ent-

fernten Ordinaten, die Zeit  $dt$  dar, während welcher die Geschwindigkeit um  $dv$  gewachsen ist. Die Fläche von  $v = 0$  an bis  $v = v$  stellt die Zeit  $t$  dar, die von Anfang der Bewegung bis zur Erreichung der Geschwindigkeit  $v$  verstrichen ist. Fig. 18. Da nun die zu den Geschwindigkeiten  $v$  zugehörigen Werte  $s$  aus der

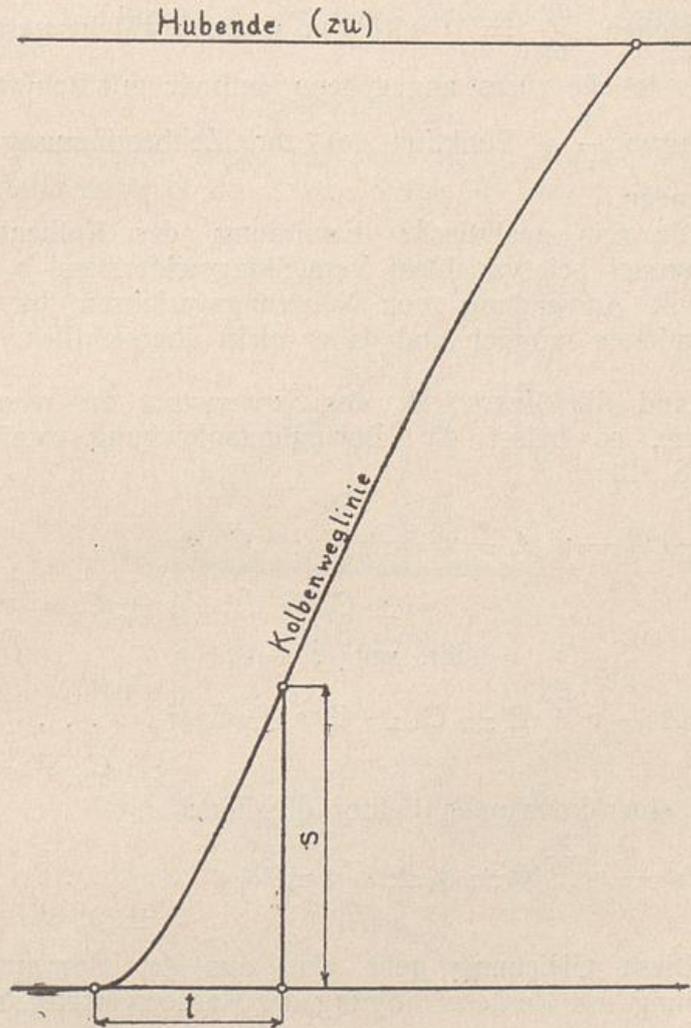


Fig. 19.

Kurve  $v = \text{Funktion}(s)$  bekannt sind, so sind wir auch imstande, die Zeiten  $t$  zu bestimmen, die zum Zurücklegen der Wege  $s$  erforderlich sind. Die Zusammenstellung dieser Wertepaare  $s$  und  $t$  in rechtwinkligen Koordinaten gibt das gesuchte Kolbenwegdiagramm  $s = \text{Funktion}(t)$ , Fig. 19. Die Anfangskoordinaten der hier zur Zeitbe-

stimmung benutzten Kurve  $\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)} = \text{Funktion } (v)$  liegen

im Endlichen, so dass diese Methode für die Verfolgung des *Bewegungsanfanges* zu verwenden ist.

Für den Teil des Bewegungsvorganges dagegen, für welchen  $\frac{dv}{dt} = 0$  wird (wo  $v$  einen Höchswert erreicht), ist die zuerst angegebene Methode mit Benützung der Kurve  $\frac{1}{v} = \text{Funktion } (s)$  zur Zeitbestimmung zu verwenden.

Die rein analytische Ermittlung des Kolbenwegdiagrammes bei variablem Verstellungswiderstand  $p_k$  ist nur mit Anwendung von Näherungsverfahren für die Integrationen möglich und daher nicht übersichtlich.

Sind die *Massen*  $\mathfrak{M}$  *des Servomotors* zu vernachlässigen, so heisst die Bewegungsgleichung zunächst nach S. 17:

$$-\frac{dv}{dt} \mathfrak{M} - v^2 A - v^{\frac{3}{2}} B \pm C_0 \pm C_1 s \pm C_2 s^2 \dots \pm C_v s^v = 0,$$

oder, mit  $\mathfrak{M} = 0$ :

$$-v^2 A - v^{\frac{3}{2}} B \pm C_0 \pm C_1 s \pm C_2 s^2 \dots \pm C_v s^v = 0;$$

durch einen konstanten Faktor dividiert:

$$-v^2 a - v^{\frac{3}{2}} b \pm c_0 \pm c_1 s \pm c_2 s^2 \dots \pm c_v s^v = 0.$$

Diese Gleichung geht also aus der Bewegungsgleichung mit Berücksichtigung der Massenwirkung, S. 17 oder 67, hervor, wenn das Glied  $-\frac{dv}{dt}$  gleich 0 gesetzt wird.

Es folgt daher nach S. 68:

$$-v^2 a' + \Phi(s) = 0,$$

$$v = \sqrt{\frac{\Phi(s)}{a'}}.$$

Die weitere Behandlung zur Ermittlung der Zeit bleibt wie vorher, d. h. man zeichnet die Kurve  $\frac{1}{v}$  als Funktion von  $s$ ; das Flächenstück unter der Kurve von  $s = s_1$  bis  $s = s_2$  gibt die Zeit  $t$ , die zur Zurücklegung des Weges  $s_2 - s_1$  erforderlich ist. Da stets  $v > 0$  sein muss, so ist diese Methode hier immer anwendbar.

*Zahlenbeispiel.*

Wir setzen denselben Servomotor voraus wie für das Zahlenbeispiel des ersten Teiles (S. 30).

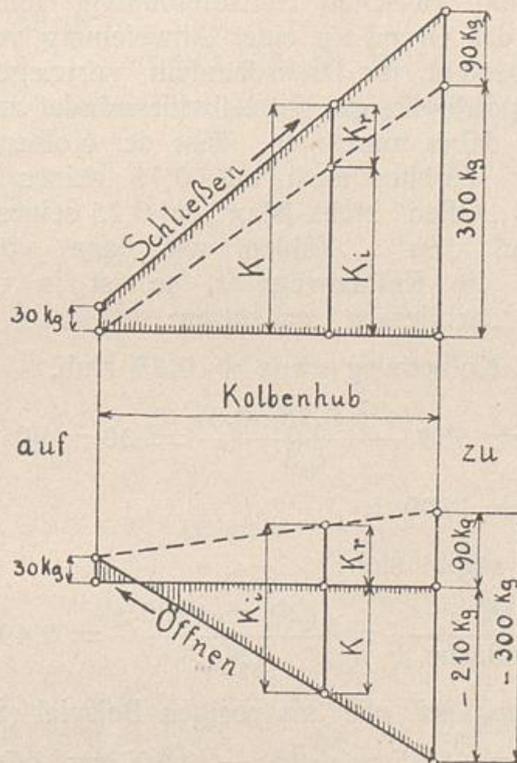


Fig. 20.

Die aufzuwendende Verstellkraft  $K$  sei linear abhängig von den Kolbenwegen, und zwar sei

für offene Schaufeln :  $K_i = 0 \text{ kg}$ ;  $K_r = 30 \text{ kg}$ ;  
für geschlossene Schaufeln:  $K_i = 300 \text{ kg}$ ;  $K_r = 90 \text{ kg}$ .

Für die Schliessbewegung gilt also (vergl. Fig. 20):

$$K = 30 + \frac{390 - 30}{\text{Kolbenhub}} \times \text{Kolbenweg in Richtung auf „Zu“}.$$

Für die Oeffnungsbewegung:

$$K = -210 + \frac{210 + 30}{\text{Kolbenhub}} \times \text{Kolbenweg in Richtung auf „Offen“}.$$

Auch bei diesem Beispiele handle es sich um eine Aenderung des Momentes entsprechend 0,75 auf 0,55 der Füllung.

Bei stark veränderlicher Verstellkraft besteht meist Proportionalität zwischen Schaufelöffnung und Kolbenweg, denn der Grund zu einer Abweichung von diesem Verhältnis besteht für Drehschaufeln vorwiegend darin, möglichst gleichmässige Verstellwiderstände zu erzielen. Wir wollen daher annehmen, dass der Kolben bei 0,75 Füllung der Turbine auch auf 0,75 seines Hubes in Richtung auf „Offen“ steht, bzw. auf 0,25 seines Hubes in Richtung auf „Zu“. Zählen wir dann von diesem Punkte aus die Kolbenwege  $s$ , so ist in obiger Beziehung für „Schliessen“ zu setzen:

$$\text{Kolbenweg} = s + 0,25 \text{ Hub,}$$

$$\begin{aligned} K &= 30 + 360 \frac{(s + 0,25 \cdot 0,3)}{0,3} = 30 + 90 + 1200 s \\ &= 120 + 1200 s. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich:

$$p_k = \frac{K}{\text{Kolbenfläche } F} = \frac{120 + 1200 s}{241,4} = 0,497 + 4,97s.$$

$$p_o + p_h - p_{p_o} \text{ sei wie im vorigen Beispiel (S. 32 und 37)} = 1,85 + 0,15 - 0,207 = 1,793$$

also:

$$\begin{aligned} p_o + p_h - p_{p_o} - p_k &= 1,793 - 0,497 - 4,97 s \\ &= 1,296 - 4,97 s. \end{aligned}$$

Der Koeffizient  $C_o$  (absolutes Glied der Bewegungsgleichung, vergl. S. 17) wird daher

$$C_o = 1,296.$$

Der Koeffizient von  $s$ :

$$C_1 = 4,97.$$

Ferner sei  $\mathfrak{M}$  wie vorher 1,1142 (S. 45), also:

$$c_0 = \frac{C_0}{\mathfrak{M}} = \frac{1,296}{1,1142} = 1,16$$

$$c_1 = \frac{C_1}{\mathfrak{M}} = \frac{4,97}{1,1142} = 4,45.$$

Die ideelle Kolbengeschwindigkeit für die Anfangsgrösse von  $p_k = 0,497$  ist wie vorher:

$$v_i = 0,266,$$

also bleibt auch

$$a' = 16,45 \text{ (S. 49).}$$

Demnach lautet die Bewegungsgleichung:

$$-\frac{dv}{dt} - v^2 \cdot 16,45 + 1,16 - 4,45 s = 0.$$

$$\begin{array}{ccc} \parallel & \parallel & \parallel \\ a' & c_0 & c_1 \end{array}$$

Nach S. 68 ist:

$$\phi(s) = 1,16 - 4,45 s,$$

$$\begin{array}{ccc} \parallel & \parallel \\ c_0 & c_1 \end{array}$$

$$\phi'(s) = -4,45$$

$$\phi''(s) \text{ usw.} = 0,$$

$$C = 1,16 + \frac{4,45}{2 \cdot 16,45} = 1,295,$$

$$v = \sqrt{\frac{\phi(s) - \frac{\phi'(s)}{2a'} - \frac{C}{e^{2a's}}}{a'}}$$

$$= \sqrt{\frac{1,16 - 4,45 s + \frac{4,45}{2 \cdot 16,45} - \frac{1,295}{e^{2 \cdot 16,45 s}}}{16,45}}$$

$$= 0,281 \sqrt{1 - \frac{1}{e^{32,9 s}} - 3,44 s}.$$

Es ergibt sich aus dieser Formel z. B.:

für $s = 0$	m	$v = 0$	m/sek.	$\frac{1}{v} = \infty$
0,01	„	0,139	„	7,16
0,02	„	0,180	„	5,55
0,05	„	0,224	„	4,47
0,07	„	0,2283	„	4,38
0,1	„	0,220	„	4,54
0,15	„	0,194	„	5,16
0,2	„	0,157	„	6,37
Hubende 0,225	„	0,134	„	7,46

In Fig. 16 (S. 70) sind die Wege  $s$  als Abszissen, die Geschwindigkeiten  $v$  als Ordinaten aufgetragen.

Maasstab für  $s$  : 1 cm = 0.05 m Kolbenweg;

Maasstab für  $v$  : 1 cm = 0,05 m/sek.

In Fig. 17 sind gleichfalls die Wege  $s$  als Abszissen im Maasstab:

1 cm = 0,05 m Kolbenweg

aufgetragen, ferner als Ordinaten die Grössen  $\frac{1}{v}$  im Maasstab:

1 cm = 1 sek./m.

Für den Anfang der Kolbenbewegung ist nach S. 71 die Kurve  $\frac{1}{v} =$  Funktion ( $s$ ) zur Ermittlung der Zeit unbrauchbar, da die Anfangsordinate unendlich ist. Wir berechnen daher noch die Beschleunigungen und deren reziproken Werte als Funktion ( $v$ ) aus

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \phi(s) - v^2 a' \\ &= 1,16 - 4,45 s - v^2 \cdot 16,45, \end{aligned}$$

indem wir die Werte  $s$  aus der obigen Tabelle oder der

Kurve (Fig. 16) für die betreffenden Werte  $v$  entnehmen. Z. B.

$v$	$s$	$\frac{dv}{dt}$	$\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$
0,0 m/sek.	0,0 m	1,16 m/sek <sup>2</sup> .	0,864 sek. <sup>2</sup> /m
0,139 „	0,01 „	0,786 „	1,273 „
0,180 „	0,02 „	0,536 „	1,866 „
0,224 „	0,05 „	0,115 „	8,73
$v_{\max} \sim 0,2283$ „	0,07 „	$\sim 0,006$ „	177,7 „
0,227 „	0,08 „	- 0,042 „	- 24,16 „

In Fig. 18 sind die Geschwindigkeiten  $v$  als Abszissen, die reziproken Werte der Beschleunigungen  $\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$  als Ordinaten aufgetragen.

Maasstab für  $v$  : 1 cm = 0,05 m/sek.;

Maasstab für  $\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$  : 1 cm = 1 sek.<sup>2</sup>/m.

Es stellt somit 1 qcm Fläche unter der Kurve:

$\frac{1}{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$  = Funktion ( $v$ ) eine Zeit dar von

$$1 \text{ sek.}^2/\text{m} \cdot 0,05 \text{ m/sek.} = 0,05 \text{ sek.}$$

Es ist z. B. die Fläche von  $v = 0$  bis  $v = 0,139$  =  $\sim 2,72$  qcm; also ist die Zeit, bis der Servomotor-kolben die Geschwindigkeit 0,139 m/sek. angenommen hat,

$$t = 2,72 \cdot 0,05 = 0,136 \text{ sek.}$$

Der zu  $v$  zugehörige Weg ist nach Tabelle oder Kurve Fig. 16:

$$s = 0,01 \text{ m,}$$

also hat der Kolben nach 0,136 sek. von seiner Anfangsstellung aus einen Weg von 0,01 m zurückgelegt.

Auf diese Weise sind die Wertepaare  $t$  und  $s$  bis in die Gegend von  $s \approx 0,07$  (entsprechend  $v_{\max}$ ) ermittelt und im Kolbenwegdiagramm Fig. 19 zusammen-  
gestellt.

Maasstab für  $t$  : 1 cm = 0,2 sek. (Abszissen);

Maasstab für  $s$  : 1 cm = 0,02 m (Ordinaten).

Von den grösseren Werten  $v$  ab ist die Zeit aus

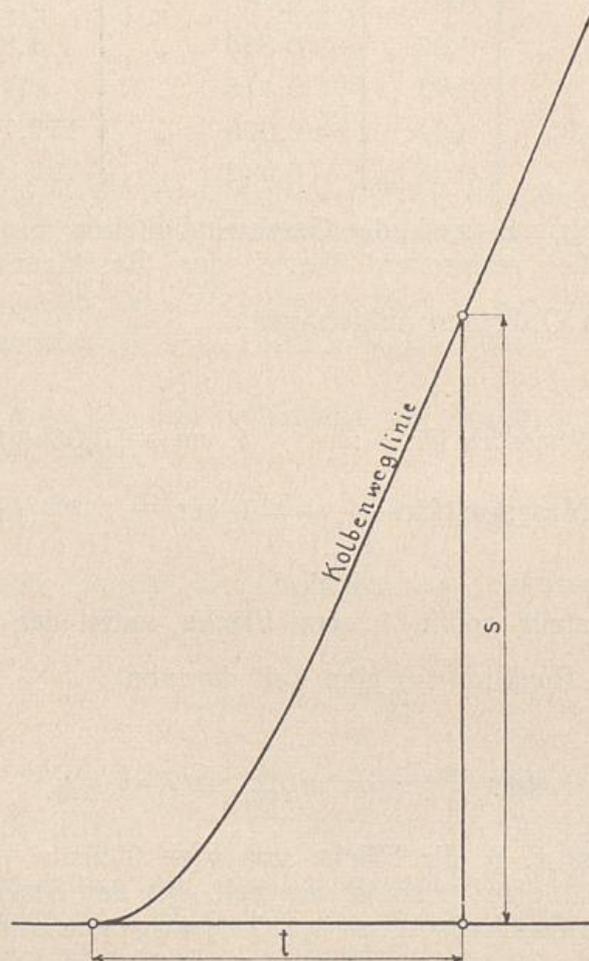


Fig. 21.

der Kurve  $\frac{1}{v} = \text{Funktion}(s)$ , Fig. 17, durch Flächen-  
berechnung ermittelt. Es stellt 1 qcm der Fläche unter  
dieser Kurve dar:

$$1 \text{ sek./m} \cdot 0,05 \text{ m} = 0,05 \text{ sek.}$$

So ist z. B. die Fläche von  $s = 0,1$  bis  $s = 0,15$   $\approx 4,8$  qcm. Der Kolben des Servomotors braucht also eine Zeit von

$$4,8 \cdot 0,05 = 0,24 \text{ sek.},$$

um den Weg von 0,1 m (von seiner Anfangsstellung aus gemessen) bis 0,15 m zurückzulegen. Die so gefundenen Wertepaare sind zur Ergänzung des Kolbenwegdiagrammes in Fig. 19 eingetragen. In Fig. 21 ist der Anfang dieses Diagrammes doppelt vergrössert dargestellt, also im gleichen Maasstabe wie das Kolbenwegdiagramm Fig. 5 für  $K = \text{konst.}$  (s. S. 21).

Die Umzeichnung des Kolbenwegdiagrammes zur Füllungskurve und deren weitere Verwendung erfolgt in derselben Weise, wie bei dem Beispiel für konstante Verstellkraft  $K$  gezeigt wurde (s. S. 52).

#### *Vereinfachtes Verfahren.*

Da im vorstehenden Beispiele dieselbe Anfangsgrösse der Verstellkraft  $K = 120$  kg vorausgesetzt ist, wie im Beispiel für konstante Verstellkraft  $K$  (S. 33), so sind die Kolbenwegdiagramme Fig. 21 und Fig. 5 zum Vergleich geeignet. Man erkennt, dass der Beschleunigungsvorgang am Anfang der Bewegung in beiden Fällen sich fast deckt und dass sich die immerhin beträchtliche Aenderung der Verstellkraft erst bei grösseren Wegen im Kolbenwegdiagramme deutlich bemerkbar macht. Aehnliche Verhältnisse wird man im allgemeinen von guten Konstruktionen erwarten dürfen. (Vergl. auch S. 67). Für kleinere Füllungsänderungen darf man daher wohl in den meisten Fällen der Praxis die Veränderlichkeit von  $K$  während des Hubes vernachlässigen und verfahren wie bei unveränderlicher Verstellkraft, nur muss man die Anfangsgrösse von  $K$  für die betreffende Anfangsstellung des Servomotorkolbens richtig einsetzen. Insbesondere kann dann zur Berücksichtigung der Massenwirkung auch von dem vereinfachten Verfahren mit Benützung der Asymptote des Kolbenwegdiagrammes Gebrauch gemacht werden (s. S. 66).

Diesen Voraussetzungen gemäss ist für das vorliegende Beispiel bei kleineren Füllungsänderungen die unten folgende Tabelle verwendbar. Sie enthält für die

Anfangskolbenstellung	Anfangsgröße der aufzuwendenden Verstellkraft $K$ :	$c_0 =$ Anfangsbeschleunigung:	$v_1$	$t_s$
	kg:	m / sek. <sup>2</sup> :	m / sek.:	sek.:
Schliessen.	offen	30	0,303	0,140
	$\frac{1}{4}$ Hub	120	0,266	0,159
	$\frac{1}{2}$ Hub	210	0,222	0,186
	$\frac{3}{4}$ Hub	300	0,495	0,234
	zu	390	0,159	0,095
Öffnen.	zu	— 210	0,383	0,111
	$\frac{3}{4}$ Hub	— 150	0,364	0,117
	$\frac{1}{2}$ Hub	— 90	0,346	0,124
	$\frac{1}{4}$ Hub	— 30	0,324	0,131
	offen	+ 30	1,495	0,303

Oeffnungs- und Schliessbewegung des Kolbens, ausgehend von vier Anfangsstellungen, die zugehörigen Anfangsgrössen der aufzuwendenden Verstellkraft  $K$ , ferner  $c_0 =$  Anfangsbeschleunigung, sowie die Bestimmungsgrössen  $v_i$  und  $t_s$  für die Asymptoten der Kolbenwegdiagramme.

Die Werte für andere als die angeführten Anfangsstellungen des Kolbens lassen sich aus der graphischen

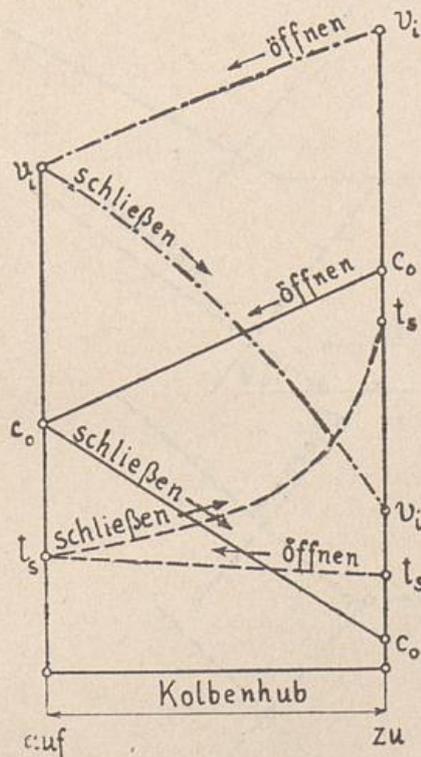


Fig. 22.

Darstellung der Tabelle, Fig. 22, interpolieren. In Fig. 23 sind die Asymptoten der Kolbenwegdiagramme mit Hilfe der Grössen  $v_i$  und  $t_s$  der Tabelle aufgezeichnet. Es ist ersichtlich, dass die grösseren Verstellkräfte gleichzeitig eine Verkleinerung von  $v_i$  und Vergrösserung von  $t_s$  verursachen, also in doppelter Hinsicht ungünstig auf die Füllungsänderung und damit auf den Reguliervorgang überhaupt wirken.

Was die weitere Ausführung des Verfahrens betrifft, so darf wohl auf das Beispiel des ersten Abschnittes verwiesen werden.

Sind die Massen des Servomotors zu vernachlässigen, so stellen die  $v_i$  der Tabelle oder der Fig. 22 die während des Bewegungsvorganges bei den betreffenden Kolbenstellungen auftretenden Geschwindigkeiten dar.

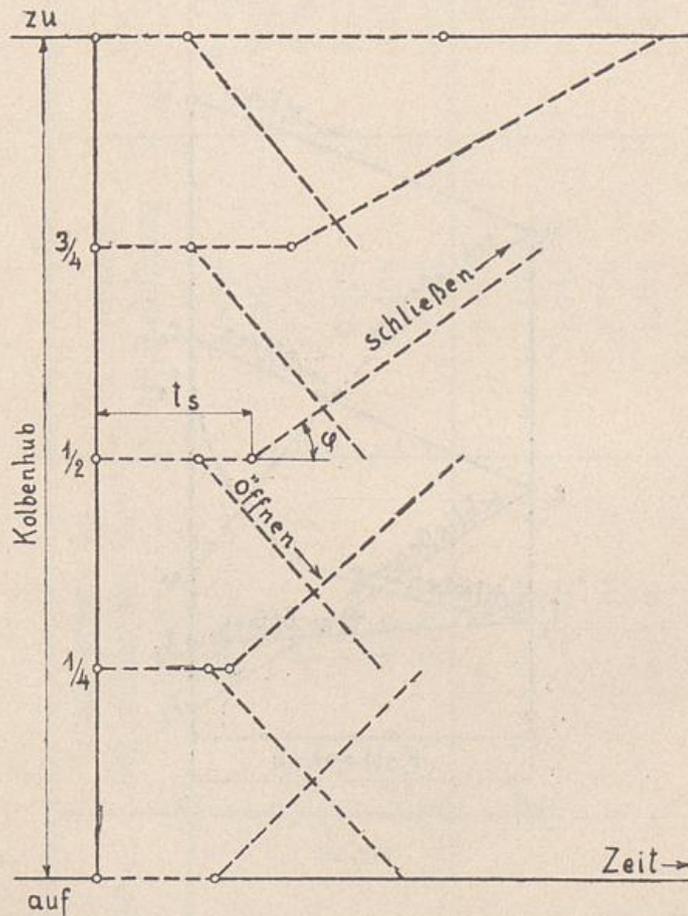


Fig. 23.

Wir erhalten somit nur *eine* Geschwindigkeitskurve  $v = v_i = \text{Funktion}(s)$  für „Schliessen“ und nur *eine* für „Öffnen“, die von jedem Punkte aus für den weiteren Verlauf der Bewegung gelten. D. h.: die Geschwindigkeitskurve, die z. B. für eine Bewegung von 0,5 des Hubes aus gilt, ist die kontinuierliche Fort-

setzung der Kurve, die von irgend einer vorhergehenden Stellung aus in derselben Bewegungsrichtung bis zu 0,5 des Hubes gilt. (Bei Massenwirkung im Servomotor und Reguliergetriebe beginnen dagegen alle Geschwindigkeitskurven stets mit  $v = 0$ ).

Die Kurven  $v = v_i = \text{Funktion}(s)$ , die bei unmerklicher Massenwirkung gelten, sind im übrigen ebenso weiter zu verwenden wie die entsprechenden bei Berücksichtigung der Massenwirkung gültigen Kurven  $v = \text{Funktion}(s)$ .



Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page.

## Inhalts-Verzeichnis.

	Seite
Einleitung . . . . .	1

### I. TEIL.

Aufstellung der dynamischen Gleichgewichts-Bedingung für die Bewegung des Servomotor-kolbens . . . . .	7
Untersuchung der Kolbenbewegung des Servo-motors für <i>konstante Verstellkraft</i> des Leit-apparates . . . . .	17
Zahlenbeispiel . . . . .	30
Verwendung der Kolbenwegdiagramme zur Unter-suchung des Reguliervorganges . . . . .	52
Uebersicht über das vereinfachte Verfahren für praktische Rechnungen . . . . .	64

### II. TEIL.

Untersuchung der Kolbenbewegung des Servo-motors für <i>veränderliche Verstellkraft</i> des Leit-apparates . . . . .	67
Zahlenbeispiel . . . . .	75
Vereinfachtes Verfahren . . . . .	81

*Kop*

## Berichtigung.

---

- 1) S. 2, Zeile 4 von unten soll es heißen:

$$\frac{d\omega}{dt} \text{ statt } \omega$$

- 2) S. 12, Zeile 9 von oben:

$$w = \frac{v^2}{2g} (\zeta_1 \text{ usw. statt } w = \frac{v}{2g} (\zeta_1 \text{ usw.}$$

---



N12<110308256093



Univ.-Bibl. Stuttgart

